
الأدهم
فى
الديناميكا
الصف الثالث الثانوى
www.Cryp2Day.com
موقع مذكرات جاهزة للطباعة
عام وأزهر
هدية
مجانية
إعداد
أ/ محمد أدهم
ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

الوحدة الأولى

الدرس الأول: تفاضل الدوال المتجهة

١) س⃗ متجه الموضع

٢) ف⃗ متجه الإزاحة = س⃗ − س⃗.

٣) $ع⃗ = \frac{د ف⃗}{د ن} = \frac{د س⃗}{د ن}$

٤) $د = \frac{د ع}{د ن} = \frac{د^2 ف}{د ن^2} = \frac{د^2 س}{د ن^2}$

٥) إذا كانت ع ← د(س) فإن $د = ع \frac{د ع}{د س}$

٦) متى تكون الحركة متسارعة ع د > ٠

٧) متى تكون // تقصيرية ع د < ٠

٨) عند أقصى بعد - أقصى ارتفاع ← ع = ٠

٩) إذا تحرك الجسم بسرعة منتظمة (أقصى سرعة) فإن د = ٠

١٠) إذا عاد الجسم إلى موضعه الأصلي فإن ف = ٠

١١) متى تغير الجسم اتجاه حركته عند ع = ٠ ونبحث الإشارة قبلها وبعدها

معادلات الحركة

التطبيق ←	الاستخدام
* ع = ع. + د ن	عندما لا يوجد ف
* $ف = ع.ن + \frac{1}{2} د ن^2$	عندما لا يوجد ع
* $ع^2 = ع.^2 + 2 د ف$	عندما لا يوجد ن

السقوط الحر

سقوط جسم لأسفل	قذف جسم لأعلى
* ع = ع. + ء ن	ع = ع. − ء ن
* $ف = ع.ن + \frac{1}{2} ء ن^2$	$ف = ع.ن - \frac{1}{2} ء ن^2$
* $ع^2 = ع.^2 + 2 ء ف$	$ع^2 = ع.^2 - 2 ء ف$

اختصارات للحل

$د = \frac{ع - ع.}{ن}$ ومنها $ن = \frac{ع - ع.}{د}$

$د = \frac{ع^2 - ع.^2}{2 ف}$ ومنها $ف = \frac{ع^2 - ع.^2}{2 د}$

في مسائل السرعة النسبية

* جسمين متقابلين [متضادين في الاتجاه]
  ع = ع١ + ع٢ مجموع

* جسمين في نفس الاتجاه
  ع = ع١ − ع٢ الفرق

ملحوظة هامة

١) لإيجاد زمن أقصى ارتفاع ن = ع. / د

٢) لإيجاد أقصى ارتفاع نفسه [المسافة] ف = ع.² / ٢د



١) إذا كان القياس الجبري لإزاحة جسم يتحرك في خط مستقيم يعطى بالعلاقة:

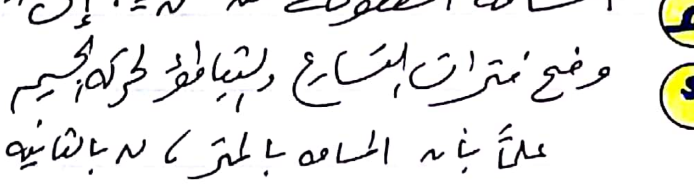
ف = ن³ − ٦ن² + ٩ن

أوجد

أ) عجلة الجسم عند انعدام السرعة

ب) سرعة الجسم عند انعدام العجلة

جـ) المسافة المقطوعة من ن = ٠ إلى ن = ٢



د) وضح فترات التسارع والتباطؤ لحركة الجسم

علماً بأن المسافة بالمتر ، ن بالثانية

الحل

∵ ف = ن³ − ٦ن² + ٩ن

∴ ع = دف/دن = ٣ن² − ١٢ن + ٩

، جـ = دع/دن = ٦ن − ١٢

أ) بوضع ع = ٠ ∴ ن = ١ أو ن = ٣

طبعاً بالتحليل أو باستخدام الآلة

جـ(١) = ٦ − ١٢ = −٦ م/ث²

جـ(٣) = ٦×٣ − ١٢ = ٦ م/ث²

ب) بوضع جـ = ٠ (انعدام العجلة)

٦ن − ١٢ = ٠ ∴ ن = ٢

ع(٢) = ٣(٢)² − ١٢(٢) + ٩

= −٣

أي أن مقدار السرعة = ٣ م/ث

جـ) لاحظ في مسائل ايجاد المسافة أو السرعة المتوسطة لابد من وضع ع = ٠ وإيجاد قيم ن ثم نجمع الإزاحات:

عند ع = ٠ ∴ ن = ١ ، ن = ٣

= ف(٠←١) + ف(١←٢)

|ف١ − ف٠| = ١ − ٦ + ٩ − ٠ = ٤

|ف٢ − ف١| = (٨ − ٢٤ + ١٨) − ٤ = |٢ − ٤| = ٢

= ٤ + ٢ = ٦ متر

د) في فترة التسارع تكون ع جـ > ٠

ع = ٠ عند ن = ١ ، ٣

جـ = ٠ عند ن = ٢ نبحث الإشارات

	ن = ٠ ← ن = ١	ن = ١ ← ن = ٢	ن = ٢ ← ن = ٣	بعد ن = ٣
إشارة ع	+ + +	− − −	− − −	+ + +
إشارة جـ	− − −	− − −	+ + +	+ + +

التسارع عند ن ∈]١ ، ٢[،]٣ ، ∞[

التقصير عند ن ∈]٠ ، ١[،]٢ ، ٣[

(٢) قذف حجر رأسياً لأعلى وكان ارتفاعه ف بعد ن ثانية من قذفه يعطى بالعلاقة

ف = ٤٩ ن − ٤,٩ ن^{2} حيث ف م

(أ) أوجد أقصى ارتفاع يبلغه الجسم المقذوف

(ب) أوجد القياس الجبرى لمتجه السرعة عندما يكون الحجر على ارتفاع ٧٨,٤ م

* ثم أوجد مقدار سرعته عندئذ.

الحل

(أ) ف = ٤٩ ن − ٤,٩ ن^{2}

ع = $\frac{دف}{دن}$ = ٤٩ − ٩,٨ ن

عند أقصى ارتفاع يكون ع = ٠

∴ ٤٩ − ٩,٨ ن = ٠

∴ ن = ٥

(ب) أقصى ارتفاع هو ف(٥) = ٤٩(٥) − ٤,٩(٥)^{2}

= ١٢٢,٥ م

بوضع ف = ٧٨,٤

∴ ٤٩ ن − ٤,٩ ن^{2} = ٧٨,٤

∴ ٤,٩ ن^{2} − ٤٩ ن + ٧٨,٤ = ٠

(ن − ٢) (ن − ٨) = ٠

∴ ن = ٢ أو ن = ٨

عند ن = ٢ ∴ ع = ٤٩ − ٩,٨(٢) = ٢٩,٤ م/ث

عند ن = ٨ ∴ ع = ٤٩ − ٩,٨(٨) = −٢٩,٤ م/ث

أى أن مقدار السرعة فى الحالتين = ٢٩,٤ م/ث

(٣) يتحرك جسيم فى خط مستقيم بحيث كان القياس الجبرى لسرعته ع يعطى فى علاقته مع القياس الجبرى للموقع ف بالصورة ع = $\frac{٥}{٤+ف}$ حيث ع م/ث ، ف ← م

أوجد عجلة الحركة عندما ف = ٢ م

الحل

لاحظ أن ع ← دالة فى (ف)

∴ جـ = ع $\frac{دع}{دف}$

∴ ع = ٥ (٤ + ف)$^{-1}$

$\frac{دع}{دف}$ = −٥ (٤ + ف)$^{-2}$

$\frac{دع}{دف}$ = $\frac{-٥}{(٤+ف)^{2}}$

∴ جـ = $\frac{٥}{٤+ف}$ × $\frac{-٥}{(٤+ف)^{2}}$

عند ف = ٢

∴ جـ = $\frac{٥}{٦}$ × $\frac{-٥}{٣٦}$ = $\frac{-٢٥}{٢١٦}$ م/ث^{2}

اختر الإجابة الصحيحة

(٤) جسيم يتحرك على خط مستقيم ع = ٣ هـ$^{ن+٢}$ فإن سرعته الابتدائية = ...

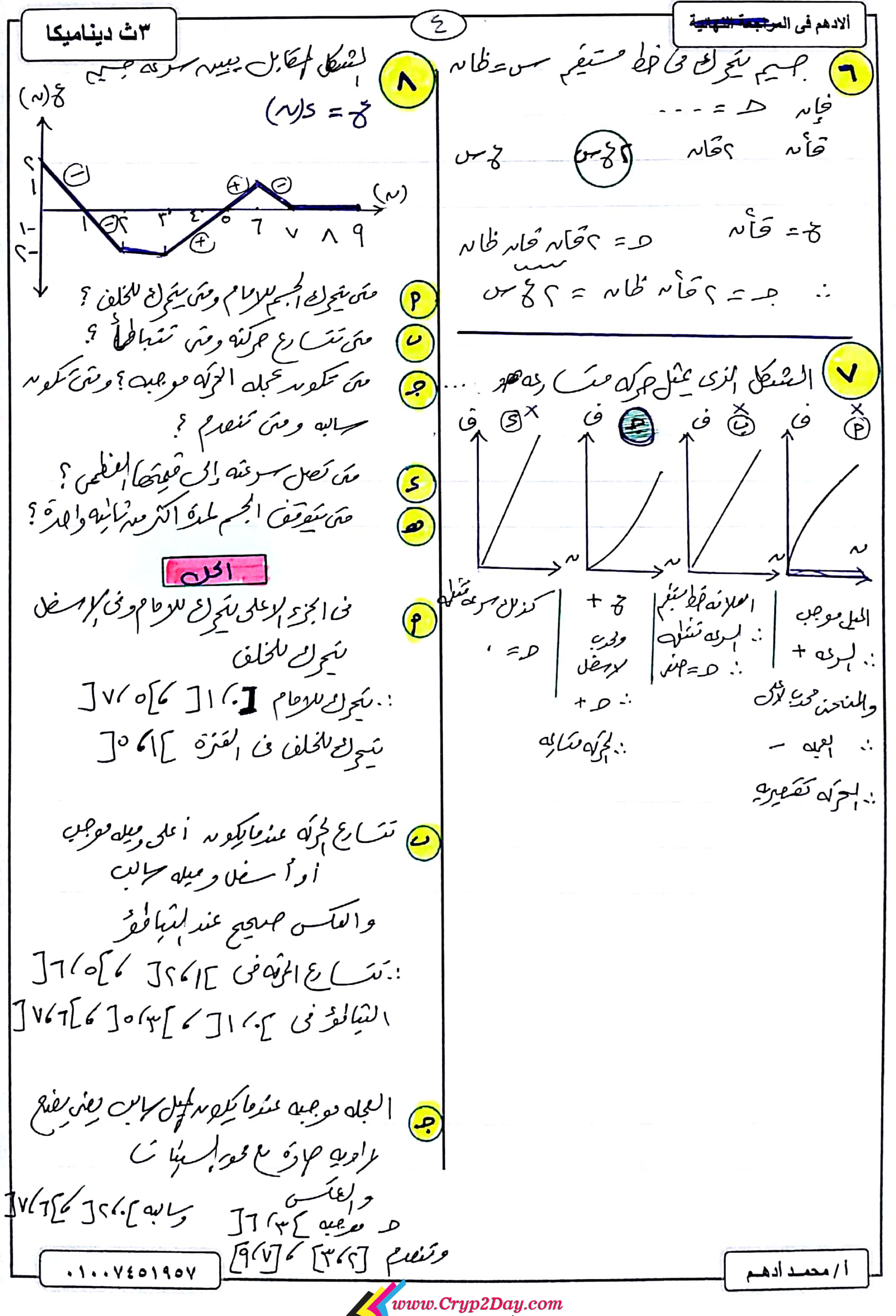
٣ ، هـ ، (٣ هـ^{2}) ، هـ^{2}

بوضع ن = ٠ ∴ ع = ٣ هـ$^{٠+٢}$ = ٣ هـ^{2}

(٥) إذا كان ف = ن^{2} − ٣ن + ١ فإن الجسيم يغير اتجاه حركته عندما ...

ن = ١,٢ ، ن = ١ ، (ن = ١,٥) ، ن = ٢

ع = ٢ن − ٣ = ٠ ، ن = ١,٥



٦ جسيم يتحرك فى خط مستقيم س = ظا ن

فإن ح = ...

قتا ن ، ٢قتا ن ، (٢ع س) ، ع س

ع = قا٢ ن

ح = ٢قا ن قا ن ظا ن

∴ ح = ٢ قا٢ ن ظا ن = ٢ ع س

٧ الشكل الذى يمثل حركة متسارعة هو ....

(أ) ف – ن ، (ب) ف – ن ، (ج) ف – ن ، (د) ف – ن

(أ) الميل موجب ∴ السرعة + والمنحنى محدب لأعلى ∴ العجلة − ∴ الحركة تقصيرية

(ب) العلاقة خط مستقيم ∴ السرعة ثابتة ∴ ح = صفر

(ج) ع + ومحدب لأسفل ∴ ح + ∴ الحركة متسارعة

(د) تزايد السرعة منتظم ح = ٠

٨ الشكل المقابل يبين سرعة جسيم ع = د(ن)

أ) متى يتحرك الجسم للامام ومتى يتحرك للخلف ؟

ب) متى تتسارع حركته ومتى تتباطأ ؟

ج) متى تكون عجلة الحركة موجبة ؟ ومتى تكون سالبة ومتى تنعدم ؟

د) متى تصل سرعته إلى قيمتها العظمى ؟

هـ) متى يتوقف الجسم لمدة أكثر من ثانية واحدة ؟

الحل

أ) فى الجزء الأعلى يتحرك للامام وفى الأسفل يتحرك للخلف

∴ يتحرك للامام [٠، ١[،]٥، ٧[

يتحرك للخلف فى الفترة]١، ٥[

ب) تتسارع الحركة عندما يكون أعلى وميله موجب أو أسفل وميله سالب

والعكس صحيح عند التباطؤ

∴ تتسارع الحركة فى]١، ٢[،]٥، ٦[

التباطؤ فى [٠، ١[،]٣، ٥[،]٦، ٧[

ج) العجلة موجبة عندما يكون الميل سالب يعنى يصنع زاوية حادة مع محور السينات والعكس

ح موجبة]٣، ٦[

وسالبة]٠، ٢[،]٦، ٧[

وتنعدم]٢، ٣[، [٧، ٩]

(د) السرعة تصل قيمتها الصفر عند ن = ٠ ، ن ∈ [٢ ، ٣]

(هـ) يتوقف الجسم لأكثر من ثانية في [٧ ، ٩]

---

(٩) جسيم يتحرك في خط مستقيم بحيث تكون معادلة حركته تعطى بالصورة:

س(ن) = ٣ جتا ن + ٤ جا ن حيث س مقاسة بالمتر ، ن مقاسة بالثانية.

أوجد

(أ) القياس الجبري للإزاحة ف عندما ن = $\frac{\pi}{٢}$ ، ن = π

(ب) القياس الجبري لمتجه السرعة ع عندما ن = ٠ ، ن = $\frac{\pi}{٢}$ ، ن = π

(جـ) أقصى إزاحة للجسم

الحل

∵ س = ٣ جتا ن + ٤ جا ن ، س٠ = ٣

(أ) عند ن = $\frac{\pi}{٢}$ ف = س($\frac{\pi}{٢}$) − س(٠)

= [٣ جتا ٩٠ + ٤ جا ٩٠] − [٣ جتا ٠ + ٤ جا ٠]

= ٤ − ٣ = ١

عند ن = π ف = س(π) − س(٠)

= [٣ جتا ١٨٠ + ٤ جا ١٨٠] − [٣ جتا ٠ + ٤ جا ٠]

= −٣ − ٣ = −٦

(ب) ع = $\frac{دس}{دن}$ = −٣ جا ن + ٤ جتا ن

عند ن = ٠ ع = ٤

ن = $\frac{\pi}{٢}$ ع = −٣

ن = π ع = −٤

(جـ) أقصى إزاحة تحدث عند ع = ٠

−٣ جا ن + ٤ جتا ن = ٠

٤ جتا ن = ٣ جا ن

$\frac{جا ن}{جتا ن} = \frac{٤}{٣}$ ∴ ظا ن = $\frac{٤}{٣}$

ومنها جا ن = $\frac{٤}{٥}$

جتا ن = $\frac{٣}{٥}$

(مثلث قائم أضلاعه ٣ ، ٤ ، ٥)

∴ س = ٣ × $\frac{٣}{٥}$ + ٤ × $\frac{٤}{٥}$ = $\frac{٩}{٥} + \frac{١٦}{٥}$

= $\frac{٢٥}{٥}$ = ٥

أو جا ن = $-\frac{٤}{٥}$ وجتا ن = $-\frac{٣}{٥}$

∴ س = ٣ × $-\frac{٣}{٥}$ + ٤ × $-\frac{٤}{٥}$ = −٥

، س٠ = ٣

∴ أقصى إزاحة هي −٥ − ٣ = −٨ في الاتجاه الآخر من بدء الحركة

---

(١٠) اختر

إذا كانت س = ٦ن − ن² فإن المسافة المقطوعة خلال ٠ ≤ ن ≤ ٦ = ...

(أ) صفر (ب) ٩ (جـ) ١٨ (د) ٣٦

الحل

ع = ٦ − ٢ن ع = ٠ ن = ٣

ف = ف₁ : ٠ ← ٣ ، ف₂ : ٣ ← ٦

= |ف₁ − ف٠| + |ف₂ − ف₁|

= |٩ − ٠| + |٠ − ٩| = ٩ + ٩ = ١٨

(١١) في الشكل المقابل أي منهم يكون ؟؟
موضع - سرعة - عجلة



(أ) ٣، ٢، ١ (ب) ١، ٣، ٢

(ج) ٣، ١، ٢ (د) ١، ٢، ٣

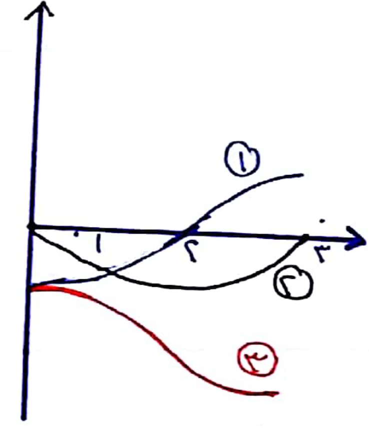
رقم (٣) به عدد ٢ نتوء وحودات تكعيبية موضع

رقم (١) به نتوء واحد وحودات تربيعية سرعة

رقم (٢) دالة خطية من الدرجة الأولى عجلة

---

(١٢) في الشكل المقابل أي منهم يمثل
(موضع - سرعة - عجلة)



(أ) ٣، ٢، ١

(ب) ١، ٢، ٣

(ج) ٢، ٣، ١ (د) ٣، ١، ٢

لاحظ أن رقم (٣) عنده مماس أفقي عند ٠، ٣ وأن رقم (٢) يمر بالصفر عند ٠، ٣ فهو مشتقة رقم (٣)

كذلك رقم (٢) عنده مماس أفقي عند ٢ ورقم (١) يمر بالصفر عند ٢ فهو مشتقة رقم (٢)

∴ (١) مشتقة (٢) مشتقة (٣)
عجلة سرعة موضع

الدرس الثاني : تكامل الدوال المتجهة



(١) ∵ $د = \frac{دع}{دن}$

∴ $\int د\, دن = \int دع$

∴ $ع = \int د\, دن$

أو $\int_{ع_٠}^{ع} دع = \int_{٠}^{ن} د\, دن$

∴ $ع - ع_٠ = \int_{٠}^{ن} د\, دن$ = المساحة المحصورة بين منحنى العجلة والزمن ومحور السينات

---

(٢) ∵ $ع = \frac{دس}{دن}$

$\int_{س_٠}^{س} دس = \int_{٠}^{ن} ع\, دن$

$س - س_٠ = ف = \int_{٠}^{ن} ع\, دن$

---

(٣) ∵ $د = ع \frac{دع}{دس}$

$\int_{ع_٠}^{ع} ع\, دع = \int_{س_٠}^{س} د\, دس$

$\frac{١}{٢}(ع^٢ - ع_٠^٢) = \int_{س_٠}^{س} د\, دس$

المسائل

(١) اختر: إذا كانت $ع = ٣ن^٢ - ٢ن$ وكانت $س = ١$ عندما $ن = ٠$ فإن ....

(أ) $س = ٦ن - ٢$ (ب) $س = ٣ن^٢ - ٢ن + ١$

(ج) $س = ن^٣ - ن^٢ + ١$ (د) $س = ن^٣ - ن^٢ - ١$

$ع = \frac{دس}{دن}$ $\int_{١}^{س} دس = \int (٣ن^٢ - ٢ن) دن$

$س - ١ = ن^٣ - ن^٢$

$س = ن^٣ - ن^٢ + ١$

---

٢ جسيم يتحرك في خط مستقيم من نقطة ثابتة (نقطة الأصل) على خط مستقيم طبقاً للعلاقة $ع = جان - جتان$

أوجد $س(\frac{\pi}{٢})$

الحل

عندنا سرعة ونحتاج موضع نشتق تكامل

$\because ع = \frac{دس}{دن}$

$\int_{٠}^{س} دس = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} (جان - جتان) دن$

$س = [-جتان - جان]_{٠}^{\frac{\pi}{٢}}$

$س(\frac{\pi}{٢}) = [(-جتا٩٠ - جا٩٠) - (-جتا٠ - جا٠)]$

$س(\frac{\pi}{٢}) = [٠ - ١ - ((-١) - ٠)]$

$س(\frac{\pi}{٢}) = -١ + ١ = صفر$

---

٣ جسيم يتحرك في خط مستقيم بسرعة ابتدائية ٢ م/ث من نقطة الأصل بحيث $جـ = ٢ن - ٦$ حيث جـ م/ث²

أوجد بدلالة ن كلاً من ع ، س

ثم أوجد س عندما ع = ١٨ م/ث

الحل

$\because جـ = ٢ن - ٦$ ، $جـ = \frac{دع}{دن}$

$دع = جـ دن$

$\int_{٢}^{ع} دع = \int_{٠}^{ن} (٢ن - ٦) دن$

$[ع]_{٢}^{ع} = [\frac{٢ن^٢}{٢} - ٦ن]_{٠}^{ن}$

$ع - ٢ = ن^٢ - ٦ن$

$\therefore ع = ن^٢ - ٦ن + ٢$

$\because ع = \frac{دس}{دن}$ $\therefore \int_{٠}^{س} دس = \int_{٠}^{ن} ع دن$

$\int_{٠}^{س} دس = \int_{٠}^{ن} (ن^٢ - ٦ن + ٢) دن$

$س = \frac{١}{٣}ن^٣ - ٣ن^٢ + ٢ن$

بوضع $ع = ١٨$ $\therefore ن^٢ - ٦ن + ٢ = ١٨$

$ن^٢ - ٦ن - ١٦ = ٠$

$\therefore ن = ٨$ أو $ن = -٢$ مرفوض

$\therefore س_{ن=٨} = \frac{١}{٣}(٨)^٣ - ٣(٨)^٢ + ٢(٨) = \frac{-١٦}{٣}$

---

٤ سيارة تتحرك في خط مستقيم بسرعة ابتدائية ١٢ م/ث من موضع يبعد ٤ أمتار في الاتجاه الموجب من نقطة ثابتة على الخط المستقيم بحيث

$جـ = س - ٤$ فأوجد

(أ) ع بدلالة س   (ب) السرعة عند جـ = ٠

الحل

لاحظ عندما تكون جـ = د(س)

فإن $د = ع \frac{دع}{دس}$ ومنها

$$\int_{4}^{س} د\, دس = \int_{12}^{ع} ع\, دع$$

$$\int_{4}^{س} (س-4)\, دس = \int_{12}^{ع} ع\, دع$$

$$\left[\tfrac{1}{2}س^2 - 4س\right]_{4}^{س} = \left[\tfrac{1}{2}ع^2\right]_{12}^{ع}$$

$$\tfrac{1}{2}\left[ع^2 - 12^2\right] = \left[\left(\tfrac{1}{2}س^2 - 4س\right) - \left(\tfrac{1}{2}(4)^2 - 4\times4\right)\right]$$

$$\tfrac{1}{2}\left[ع^2 - 144\right] = \tfrac{1}{2}س^2 - 4س + 8 \quad \times 2$$

$$ع^2 - 144 = س^2 - 8س + 16$$

$$\therefore ع^2 = س^2 - 8س + 160$$

عند $د = 0$ فإن $س - 4 = 0 \quad \therefore س = 4$

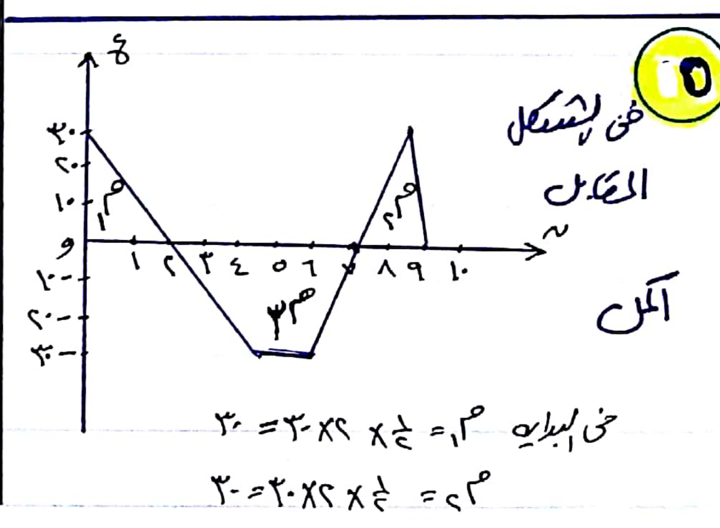
عند $س = 4$

$$\therefore ع^2 = (4)^2 - 8(4) + 160 = 144$$

$$\therefore ع = \pm\sqrt{144} = \pm 12 \text{ م/ث}$$

---

٥ في الشكل المقابل



الحل

في البداية $م_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 30 = 30$

$م_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 30 = 30$

$م_3 = \frac{2+5}{2} \times 30 = 105$

(أ) $ع_0 = 30$ م/ث ، $ع_5 = -30$ م/ث

(ب) الإزاحة $[0 ، 2] = م_1 = 30$ م

(جـ) الإزاحة $[0 ، 9] = م_1 + م_2 - م_3$

$= 30 + 30 - 105 = -45$ م

(د) المسافة $[0 ، 9] = م_1 + م_2 + م_3$

$= 30 + 30 + 105 = 165$ م

---

٦ جسيم يتحرك في خط مستقيم بسرعة ابتدائية قدرها ٨ م/ث من نقطة ثابتة (و) على الخط المستقيم بحيث كانت $جـ = 40\, هـ^{-س}$

(أ) أوجد $ع^2$ بدلالة س

(ب) أوجد س عندما $ع = 10$ م/ث

(جـ) عين أقصى سرعة للجسيم

الحل

(أ) $د = 40\, هـ^{-س} \quad \because د = ع \frac{دع}{دس}$

$$\int_{8}^{ع} ع\, دع = \int_{0}^{س} د\, دس$$

$$\tfrac{1}{2}\left[ع^2\right]_{8}^{ع} = \int_{0}^{س} \left[40\, هـ^{-س}\right] دس$$

$$\tfrac{1}{2}\left[ع^2 - 8^2\right] = \left[-40\, هـ^{-س}\right]_{0}^{س}$$

$$\tfrac{1}{2}\left[ع^2 - 8^2\right] = -40\, هـ^{-س} - (-40 \times هـ^{0})$$

$$\tfrac{1}{2}\left[ع^2 - 8^2\right] = -40\, هـ^{-س} + 40 \quad \times 2$$

$$ع^2 - 64 = -80\, هـ^{-س} + 80$$

$$ع^2 = -80\, هـ^{-س} + 144$$

(ب) عند $ع = ١٠$

$\therefore (١٠)^٢ = -٨٠\, هـ^{-س} + ١٤٤$

$٨٠\, هـ^{-س} = ١٤٤ - ١٠٠$

$هـ^{-س} = \frac{٤٤}{٨٠} = \frac{١١}{٢٠}$

$\therefore هـ^{س} = \frac{٢٠}{١١}$ بأخذ لو للطرفين أو التحويل مباشرة

$س = لو_{هـ} \frac{٢٠}{١١}$

(جـ) $\because ع^٢ = ١٤٤ - \frac{٨٠}{هـ^{س}}$

$\because هـ^{س} > ٠$ لجميع قيم س

$\therefore \frac{٨٠}{هـ^{س}} \leftarrow ٠$ عندما $هـ^{س} \leftarrow \infty$ أي عندما $س \leftarrow \infty$

وعندها $ع^٢ = ١٤٤$

$\therefore$ أقصى سرعة $ع = \pm ١٢$ م/ث

---

(٧) إذا كانت $ع = ١ + جا\, ن$ ، $س = -٣$ عندما $ن = ٠$ فإن ...

(أ) $س = ن + جتا\, ن$ (ب) $س = ن - جتا\, ن$

(جـ) $س = ن - جتا\, ن + ٢$ (د) $س = ن - جتا\, ن - ٢$

$\because ع = \frac{دس}{دن}$

$\int_{-٣}^{س} دس = \int_{٠}^{ن} (١ + جا\, ن)\, دن$

$س + ٣ = [ن - جتا\, ن]_{٠}^{ن}$

$س + ٣ = (ن - جتا\, ن) - (٠ - ١)$

$س + ٣ = ن - جتا\, ن + ١$

$س = ن - جتا\, ن - ٢$

---

(٨) إذا كانت $د = ٣$ ، $ع_{٠} = -١$ فإن المسافة المقطوعة خلال $[٠ ، ٢]$ هي ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ وحدة طول (ب) ٤ وحدة طول

(جـ) $\frac{٢٥}{٦}$ وحدة طول (د) $\frac{١٣}{٣}$ وحدة طول

الحل

$\because د = \frac{دع}{دن}$

$\int دع = \int د\, دن$

$\int_{-١}^{ع} دع = \int_{٠}^{ن} ٣\, دن$

$ع + ١ = ٣ن$

$ع = ٣ن - ١$

عند وضع $ع = ٠$: $ن = \frac{١}{٣}$

$ع = \frac{دس}{دن}$

$\int_{س_{٠}}^{س} دس = \int_{٠}^{ن} ع\, دن = \int_{٠}^{ن} (٣ن - ١)\, دن$

$س - س_{٠} = (\frac{٣}{٢} ن^٢ - ن)$

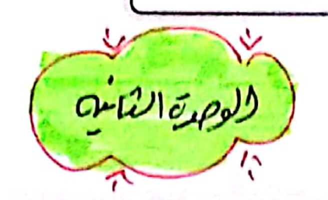
$ف = (\frac{٣}{٢} ن^٢ - ن)$

$ف_{٠ \leftarrow ٢} = ف_{٠ \leftarrow \frac{١}{٣}} + ف_{\frac{١}{٣} \leftarrow ٢}$

$= [ف_{\frac{١}{٣}} - ف_{٠}] + [ف_{٢} - ف_{\frac{١}{٣}}]$

$= |-\frac{١}{٦} - ٠| + |٤ + \frac{١}{٦}|$

$= ٤ + \frac{١}{٦} = \frac{٢٦}{٦} = \frac{١٣}{٣}$ وحدة طول



الدرس الأول: كمية الحركة

١) كمية الحركة هي حاصل ضرب كتلة الجسم × سرعته

٢) الوحدة = وحدة كتلة × وحدة سرعة

= كجم.م/ث أو كجم.كم/س

= جم.سم/ث

٣) $م = ك ع$

٤) التغير فى كمية الحركة

أ) $(\Delta م) = ك (ع_٢ - ع_١)$

إذا كانت $ع_١$، $ع_٢$ لهم نفس الاتجاه

مثل جسم سقط فى ماء وأكمل لأسفل

ب) $(\Delta م) = ك (ع_٢ + ع_١)$

إذا كانت $ع_١$، $ع_٢$ متضادين فى الاتجاه

مثل كرة سقطت على أرض وارتدت لأعلى

كرة اصطدمت بالحائط وارتدت

٥) الدفع $= \Delta م = ك \vec{ع}$ ...

ولا يلتفت للسرعة الابتدائية

ركز يا بطل



اختر

١) كمية حركة رصاصة كتلتها ١٠٠ جم تتحرك بسرعة ٢٤٠ م/ث

أ) ٢٤×١٠^٣ جم.م/ث ب) ٢٤ كجم.م/ث

ج) ٢٤×١٠^٤ جم.م/ث د) ٢٤×١٠^٣ كجم.م/ث

---

٢) كمية حركة سيارة كتلتها ٢ طن تتحرك فى خط مستقيم بسرعة ٥٤ كم/س ...

أ) ١٠٨ طن.م/ث ب) ٣٠ طن.كجم/س

ج) ٣٠٠٠٠ كجم.م/ث د) ١٠٨٠٠٠ كجم.م/ث

$٢٠٠٠ \times ٥٤ \times \frac{٥}{١٨} = ٣٠٠٠٠$ كجم.م/ث

---

٣) قذيفة كتلتها ١ كجم تنطلق بسرعة ٧٢٠ كم/س نحو دبابة كتلتها ٥٠ طن تتحرك نحو المدفع بسرعة ٢٠ م/ث فإنه

* أولاً: مقدار كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة ....

أ) ٢٠٠ كجم.م/ث ب) ٢٢٠ كجم.م/ث

ج) $١٠^٧$ كجم.م/ث د) ٢٢×١٠^٧ كجم.م/ث

السرعة النسبية $ع = ٧٢٠ \times \frac{٥}{١٨} + ٢٠ = ٢٢٠$ كتلة القذيفة = ١

$م = ٢٢٠ \times ١ = ٢٢٠$ كجم.م/ث

---

* ثانياً: مقدار كمية حركة الدبابة بالنسبة للقذيفة ...

أ) ٢٠٠ كجم.م/ث ب) ٢٢٠ كجم.م/ث

ج) $١٠^٧$ كجم.م/ث د) ١١×١٠^٧ كجم.م/ث

كتلة الدبابة = ٥٠٠٠٠ $ع = ٧٢٠ \times \frac{٥}{١٨} + ٢٠$

(١) صاروخ كتلته ٤ طن بما فيه من وقود ما انطلق بسرعة ٢٠٠ م/ث و يقذف الوقود بمعدل ثابت قدره ١٠٠ كجم/ث مع بقاء كمية الحركة ثابتة فأوجد سرعة الصاروخ بعد ١٠ ث بوحدة كم/س

الحل

بعد ١٠ ثوانى تكون كمية الوقود المفقود

= ١٠٠ × ١٠ = ١٠٠٠ كجم = ١ طن

∵ كمية الحركة ثابتة

$م_١ = م$

٤ × ٢٠٠ = ٣ ع

∴ ع = $\frac{٨٠٠}{٣}$ م/ث

ع = $\frac{٨٠٠}{٣}$ × $\frac{١٨}{٥}$ = ٩٦٠ كم/س

---

(٢) سيارة كتلتها ١٢٠٠ كجم تتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت

ف = $ن^٣ - ١٢ ن^٢$ ، ف بالمتر

أوجد كمية حركة السيارة بعد ٤ ث

الحل

ك = ١٢٠٠ كجم

ع = $\frac{دف}{دن}$ = $٣ن^٢ - ٢٤ن$

ع(٤) = $٣(٤)^٢ - ٢٤(٤)$ = −٤٨ م/ث

∴ ك ع = ١٢٠٠ × −٤٨ = −٥٧٦٠٠ كجم.م/ث

---

(٣) سقطت كرة من المطاط كتلتها ٢٠٠ جم من ارتفاع ٩٠ سم على سطح أفقى فارتدت إلى ارتفاع ٤٠ سم. احسب بوحدة كجم.م/ث مقدار التغير فى كمية الحركة نتيجة التصادم

الحل

ك = ٠,٢ كجم

السقوط: $ع_٠$ = ٠ ، ف = ٠,٩ م ، د = ٩,٨ ، ع = ؟؟

الارتداد: ع = ٠ ، د = −٩,٨ ، ف = ٠,٤ ، $ع_٠$ = ؟؟

فى الجزء الأول السقوط

$ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ د ف$

$ع^٢$ = ٢ × ٩,٨ × ٠,٩ = $\frac{٤٤١}{٢٥}$

∴ ع = ٤,٢ م/ث

فى جزء الارتداد لأعلى

$ع^٢ = ع_٠^٢ - ٢ د ف$

$ع_٠^٢$ = ٢ × ٩,٨ × ٠,٤ + ٠

∴ $ع_٠^٢$ = $\frac{١٩٦}{٢٥}$ ∴ $ع_٠$ = ٢,٨

∵ الجسم غير الاتجاه

∴ Δ ك = ك ($ع_٢ + ع_١$)

= ٠,٢ (٢,٨ + ٤,٢)

= ١,٤ كجم.م/ث

٤ جسم كتلته ١٦ كجم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت $ع = (٣ن^٢ - ٨ن)$ ى
أوجد التغير فى كمية الحركة فى الفترات التالية.

(أ) [٢ ، ٤]
(ب) [٥ ، ٨]

الحل

$\Delta م = ١٦ \int_{٢}^{٤} (٣ن^٢ - ٨ن) \, ءن$

$= ١٦ \left[ن^٣ - ٤ن^٢ \right]_{٢}^{٤}$

$= ١٦ \left[(٤^٣ - ٤ \times ٤^٢) - (٢^٣ - ٤ \times ٢^٢) \right]$

$= ١٦ (٦٤ - ٦٤ - ٨ + ١٦) = ١٢٨$ كجم.م/ث

حل انت الثانية عاوزك فاهم

٥ قذف جسم كتلته ١ كجم رأسياً لأعلى بسرعة ٥٨,٨ م/ث
احسب التغير فى كمية الحركة
(أ) [٢ ، ٥]
(ب) [٤ ، ٨]

الحل

ركز فى الكلام ده
أول أ قذف لأعلى يبقى جـ = -٩,٨
ثانياً السرعة الابتدائية دى ملهاش أى لازمة

يعنى جـ = -٩,٨ م/ث^٢

$\therefore \Delta م = ١ \int_{٢}^{٥} (-٩,٨) \, ءن$

$= \left[-٩,٨ ن \right]_{٢}^{٥} = -٢٩,٤$

وبالمثل حل الثانية

٦ سقط جسم كتلته ٩٠ جم رأسياً وبعد ٣ ثوانى من سقوطه اصطدم بسطح سائل لزج. فغاص فيه بسرعة منتظمة فقطع ٢,٢ م فى نصف ثانية
أوجد التغير فى كمية الحركة نتيجة التصادم

الحل

الجزء الأول: ع. = ٠ ، ء = ٩,٨ م/ث^٢ ، ن = ٣ ث ، ع = ...
الجزء الثانى: ع. = ... ، سرعة منتظمة

$ع = ع. + ءن$

$ع = ٠ + ٩,٨ \times ٣ = ٢٩,٤$ م/ث

فى الجزء الثانى
سرعة منتظمة ملهاش غير قانون واحد

$السرعة = \frac{المسافة}{الزمن} = \frac{٢,٢}{٠,٥} = ٤,٤$ م/ث

$\therefore \Delta م = ك (ع_٢ - ع_١)$ لم يتغير الاتجاه

$\therefore \Delta م = ٠,٠٩ (٤,٤ - ٢٩,٤)$

$= -٢,٢٥$ كجم.م/ث

الدرس الثاني: القانون الأول لنيوتن

(١) يظل كل جسم على حالته من سكون أو حركة منتظمة ما لم يؤثر عليه مؤثر خارجي يغير من حالته.

(٢) المفتاح: جسم ساكن أو يتحرك بسرعة منتظمة

(٣) اللي فوق = اللي تحت
اليمين = اليسار

(٤) إذا تحرك الجسم بأقصى سرعة معناه أن السرعة منتظمة، جـ = ٠

(٥) إذا أوقفت السيارة محركها فإن ق = ٠

(٦) إذا كان المستوى أملس فإن م = ٠

(٧) المقاومة الكلية = مقاومة لكل طن × عدد الأطنان

(٨) المقاومة لكل طن = $\frac{\text{المقاومة الكلية}}{\text{عدد الأطنان}}$

(٩) إذا كانت م ∝ ع فإن $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١}{ع_٢}$

(١٠) إذا كانت م ∝ ع² فإن $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$

محصلة القوى = صفر



(١) سيارة كتلتها ٤ أطنان تتحرك على طريق أفقي بسرعة منتظمة، إذا كانت قوة المحرك ١٢٠ ث.كجم فإن مقاومة الحركة لكل طن من كتلتها = ...

(أ) ٤٠ ث.طن (ب) ٣٠ ث.كجم (ج) ١٢٠ ث.كجم (د) ٤٨٠ ث.كجم

ق = م = ١٢٠ ث.كجم الكلية

المقاومة لكل طن = $\frac{١٢٠}{٣}$ = ٤٠ ث.كجم

---

(٢) تحرك جسم في خط مستقيم بسرعة منتظمة تحت تأثير القوتين $\overline{ق_١} = ٢أ\,\overline{س} - ٣\,\overline{ص} + ٤\,\overline{ع}$ ، $\overline{ق_٢} = ٦\,\overline{س} + ب\,\overline{ص} - هـ\,\overline{ع}$

فإن أ + ب + هـ = ...

(أ) ٤ (ب) ٣ (ج) −٣ (د) −٤

محصلة القوى = صفر ⇐ $\overline{ق_١} + \overline{ق_٢}$ = ٠

∴ $\overline{ق_٢} = -\overline{ق_١}$

٢أ = −٦ ⇐ أ = −٣ ، ب = ٣

−هـ = −٤ ⇐ هـ = ٤

−٣ + ٣ + ٤ = ٤

---

(٣) إذا كان جسم وزنه ٢٠ ث.كجم ينزلق بسرعة منتظمة على مستوى مائل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° فإن مقاومة المستوى = ... ث.كجم

(أ) صفر (ب) ١٠ (ج) ١٠√٣ (د) ٢٠

م = و جا هـ = ٢٠ جا ٣٠ = ١٠ ث.كجم

(رسم: م ، و جا هـ ، ٣٠)



(٤) جسم يتحرك بسرعة منتظمة تحت تأثير $\vec{ق}_1 ، \vec{ق}_2 ، \vec{ق}_3$ حيث

$$\vec{ق}_1 = ٥ \vec{س} + ٧ \vec{ص} + ٣٥ \vec{ع}$$

$$\vec{ق}_2 = ٥ \vec{ص} + ٤٩ \vec{ع}$$

مقدار $\vec{ق}_3$ = ---- وحدة قوة

(أ) ٤٩ (ب) ٥٤ (ج) ٨٥ (د) ١٠٣

$\vec{ق}_1 + \vec{ق}_2 + \vec{ق}_3 = ٠$ ∴ $\vec{ق}_3 = -\vec{ق}_1 - \vec{ق}_2$

$\vec{ق}_3 = (-٥ ، -١٢ ، -٨٤)$

$\|\vec{ق}_3\| = \sqrt{(٥)^2 + (١٢)^2 + (٨٤)^2} = ٨٥$

(٥) جندي مظلات يهبط رأسياً وكانت مقاومة الهواء لحركته تتناسب مع مربع سرعته وكانت $ع_1$ سرعته عندما كانت مقاومة الهواء له $\frac{9}{25}$ من وزنه ، $ع_2$ أقصى سرعة هبوط للجندي فإن $ع_1 : ع_2$ = ---

(أ) ٢٥ : ٩ (ب) ٩ : ٢٥ (ج) ٥ : ٣ (د) ٣ : ٥

$\frac{م_1}{م_2} = \frac{ع_1^2}{ع_2^2}$ عند أقصى سرعة م = و

$\frac{ع_1^2}{ع_2^2} = \frac{\frac{9}{25} و}{و} = \frac{9}{25}$

$\frac{ع_1}{ع_2} = \frac{3}{5}$

(٦) قاطرة تجر قطاراً على طريق أفقي بسرعة منتظمة فإذا كانت كتلة القطار والقاطرة معاً ٢٥٠ طن وقوة القاطرة ٢٠٠٠ ث.كجم فإن مقدار المقاومة بثقل كجم لكل طن من الكتلة هي ----

(أ) $\frac{1}{8}$ (ب) ٨ (ج) ٢٠٠ (د) ٢٥٠

ق = م

م = ٢٠٠٠ ث.كجم

المقاومة لكل طن = $\frac{٢٠٠٠}{٢٥٠}$ = ٨ ث.كجم لكل طن

(٧) تهبط سيارة على مستوى مائل بسرعة ثابتة إذا أبطل السائق محركها ، وتصعد نفس المستوى بسرعة ثابتة أيضاً إذا كانت قوة محركها = وزن السيارة . فإن زاوية ميل المستوى على الأفقي = ...

(أ) ١٥° (ب) ٣٠° (ج) ٤٥° (د) ٦٠°

في حالة الهبوط ∵ ق = ٠

م = و جا هـ ← (١)

في حالة الصعود

ق = م + و جا هـ

∵ ق = و ، م = و جا هـ

∴ و = و جا هـ + و جا هـ

٢ و جا هـ = و

٢ جا هـ = ١ ∴ جا هـ = $\frac{1}{2}$

∴ هـ = ٣٠°

٨ سيارة كتلتها ٦ أطنان تتحرك تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع السرعة فإذا كانت المقاومة ٥ ث.كجم لكل طن عندما كانت سرعتها ٣٦ كم/س أوجد قوة المحرك إذا كانت أقصى سرعة لها ٤٠ م/ث

الحل

عند $ع_١ = ٣٦$ كم/س $\times \frac{٥}{١٨} = ١٠$ م/ث

كانت $م_١ = ٦ \times ٥ = ٣٠$ ث.كجم

$ع_٢ = ٤٠$ م/ث

$م_٢ = ؟؟$

عند أقصى سرعة: $\boxed{ق = م}$

$$\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢} \qquad \frac{٣٠}{م_٢} = \frac{(١٠)^٢}{(٤٠)^٢}$$

$$م_٢ = \frac{٣٠ \times (٤٠)^٢}{(١٠)^٢} = ٤٨٠ \text{ ث.كجم}$$

∴ ق = ٤٨٠ ث.كجم

---

٩ قاطرة كتلتها ٣٠ طن وقوة آلتها ٥١ ث.طن تجر عدد من العربات كتلة كل منها ١٠ أطنان لتصعد منحدر يميل على الأفقي بزاوية ٣٠° بسرعة منتظمة فإذا كانت المقاومة لحركة القاطرة والعربات ١٠ ث.كجم لكل طن من الكتلة فما هو عدد العربات

الحل

∵ السرعة منتظمة ∴ ق = م + و جا٣٠

(شكل: ق ، م + و جا٣٠ ، ٣٠°)

نفرض أن الكتلة الكلية ك بالطن

$م = \frac{١٠}{١٠٠٠} \times ك = ٠٫٠١ ك$ بالثقل طن

و = ك بالثقل طن × جا٣٠ = ٠٫٥ ك

∵ ق = م + و جا٣٠

٥١ = ٠٫٠١ ك + ٠٫٥ ك

∵ ٠٫٥١ ك = ٥١ ∴ ك = ١٠٠ طن

∵ كتلة القاطرة ٣٠ طن

∴ كتلة العربات = ١٠٠ − ٣٠ = ٧٠ طن

عدد العربات = $\frac{٧٠}{١٠} = ٧$ عربات

---

١٠ يتحرك جسم في خط مستقيم تحت تأثير ثلاث قوى $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ ، $\overrightarrow{ق_٣}$

$\overrightarrow{ق_٢} = \overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ع}$ ، $\overrightarrow{ق_٣} = ٣\overrightarrow{س} - ١٢\overrightarrow{ص} + ٤\overrightarrow{ع}$

بحيث كان متجه الإزاحة $\overrightarrow{ف} = ن^٢ \overrightarrow{س} - ٥ن \overrightarrow{ص} + ن \overrightarrow{ع}$

أوجد معيار $\overrightarrow{ق_١}$

الحل

∵ $\overrightarrow{ف} = ن^٢ \overrightarrow{س} - ٥ن \overrightarrow{ص} + ن \overrightarrow{ع}$

$\overrightarrow{ع} = \frac{د\overrightarrow{ف}}{دن} = ٢ن \overrightarrow{س} - ٥ \overrightarrow{ص} + \overrightarrow{ع}$

$\overrightarrow{ج} = \frac{د\overrightarrow{ع}}{دن} = \overrightarrow{٠} = ب$ ∴ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة

∴ محصلة القوى = صفر $\overrightarrow{ق_١} + \overrightarrow{ق_٢} + \overrightarrow{ق_٣} = \overrightarrow{٠}$

$\overrightarrow{ق_١} = -\overrightarrow{ق_٢} - \overrightarrow{ق_٣}$

$= (-١ ، ٠ ، -٣) + (-٣ ، ١٢ ، -١) = (-٣ ، ١٢ ، -٤)$

∴ $\|\overrightarrow{ق_١}\| = \sqrt{(٣)^٢ + (١٢)^٢ + (٤)^٢} = ١٣$ وحدة قوة

الدرس الثالث: القانون الثاني لنيوتن

(١) معدل التغير في كمية حركة جسم بالنسبة للزمن يتناسب مع القوة المحدثة له ، ويكون في اتجاهها.

(٢) $\frac{د}{دن}(ك ع) = ق$
إذا كانت الكتلة ثابتة

(٣) ق = ك جـ
نيوتن = كجم . م/ث²
داين = جم . سم/ث²

(٤) النيوتن = 10^5 داين

(٥) ١ ث.كجم = ٩,٨ نيوتن

(٦) ١ ث.جم = ٩٨٠ داين

(٧) لاحظ في العلاقة ق = ك جـ لابد أن تكون الوحدات مطلقة

(٨) الجسم الذي كتلته ١٠ كجم فإن وزنه = ١٠ ث.كجم = ١٠ × ٩,٨ = ٩٨ نيوتن

(٩) الجسم الذي كتلته ١٠ جم وزنه = ١٠ ث.جم = ١٠ × ٩٨٠ = ٩٨٠٠ داين

(١٠) إذا أثرنا بنفس القوة ق على جسمين (ك) ، (٢ك) فإن الأول يكتسب عجلة جـ والثاني (الأكبر في الكتلة) يكتسب عجلة (½ جـ)

(١١) إذا كانت النسبة بين كتلة جسمين ساكنين هي ٢:٥ وأثرت على كل منهما ق فإن النسبة بين عجلة حركتيهما ٥:٢

(١٢) محصلة القوى في اتجاه حركة الجسم = ك جـ
محصلة القوى في الاتجاه العمودي عليه = صفر

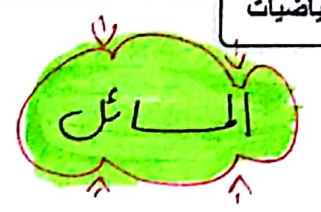
(١٣) مقاومة الحركة مهملة جداً

القوى (في اتجاه الحركة) − القوى (عكس الحركة) = ك جـ

(١٤) $\int_{ن_1}^{ن_2} ق\, دن = ك \int_{ع_1}^{ع_2} دع$

(١٥) $\int_{ف_1}^{ف_2} ق\, دف = ك \int_{ع_1}^{ع_2} ع\, دع$

(١٦) $\int_{ن_1}^{ن_2} دن = ك \int_{ع_1}^{ع_2} \frac{1}{ق}\, دع$



١ كتلة مقدارها ٢٠ كجم موضوعة على مستوى أفقي أملس ، أثرت عليها قوة أفقية مقدارها ق فحركتها بعجلة منتظمة مقدارها ٤٩ م/ث^2 أوجد ق .

الحل

ق = ك جـ

= ٢٠ × ٤٩ = ٩٨٠ نيوتن .

٢ إذا كانت قوة آلة قاطرة تساوي ٢,٥ ث.طن . وكانت كتلة القطار والقاطرة ٢٠٠ طن ، وبدأ القطار يتحرك من السكون ، أوجد سرعة القطار بعد نصف دقيقة .

الحل

∵ ق = ك جـ

٢,٥ × ٩,٨ × ١٠٠٠ = ٢٠٠٠٠٠ جـ

∴ جـ = ٠,١٢٢٥ م/ث^2

ع. = ٠

ن = ٣٠ ث

ع = ؟

ع = ع. + جـ ن = ٠ + ٠,١٢٢٥ × ٣٠

= ٣,٦٧٥ م/ث

٣ أوجد القوة الأفقية التي تشد بها قاطرة قطار كتلته ٢٤٥ طناً لتزيد سرعته إلى ١٨ كم/س بعد أن قطع مسافة كيلومتر واحد على طريق أفقية إذا كانت قوة المقاومة ٤ ث.كجم/طن .

الحل

المقاومة = ٤ × ٩,٨ × ٢٤٥ = ٩٦٠٤ نيوتن

ع = ١٨ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٥ م/ث   ع. = ٠

∵ ع^2 = ع.^{2} + ٢ جـ ف   ف = ١٠٠٠ م

جـ = $\frac{ع^2 - ع.^2}{٢ ف}$ = $\frac{٢٥ - ٠}{٢ × ١٠٠٠}$ = $\frac{١}{٨٠}$ م/ث^2

م ← → ق

(ق − م) = ك جـ

ق = ك جـ + م

= ٢٤٥٠٠٠ × $\frac{١}{٨٠}$ + ٩٦٠٤

= ١٢٦٦٦,٥ نيوتن

= ١٢٩٢,٥ ث.كجم

٤ صندوق كتلته ١٠٠ كجم ، يرفع رأسياً لأعلى بحبل بعجلة منتظمة قدرها ٢٥ سم/ث^2 . أوجد قوة الشد في الحبل مع إهمال المقاومة

الحل

شد ↑   جـ ↑   ك د ↓

شد − ك د = ك جـ

شد = ك جـ + ك د

= ١٠٠ × ٠,٢٥ + ١٠٠ × ٩,٨

= ١٠٠٥ نيوتن

٥

سيارة ساكنة كتلتها ٤,٩ طن ، أثرت عليها قوة فأصبحت سرعتها ٢٧ كم/س خلال دقيقة واحدة أوجد القوة التى أثرت على السيارة بثقل الكجم

الحل

ك = ٤,٩ × ١٠٠٠ = ٤٩٠٠ كجم

ع. = ٠ ، ع = ٢٧ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٧,٥ م/ث

ن = ٦٠ ث

ع = ع. + جـ ن

جـ = $\frac{ع - ع.}{ن}$ = $\frac{٧,٥ - ٠}{٦٠}$ = $\frac{١}{٨}$ م/ث٢

ق = ك جـ

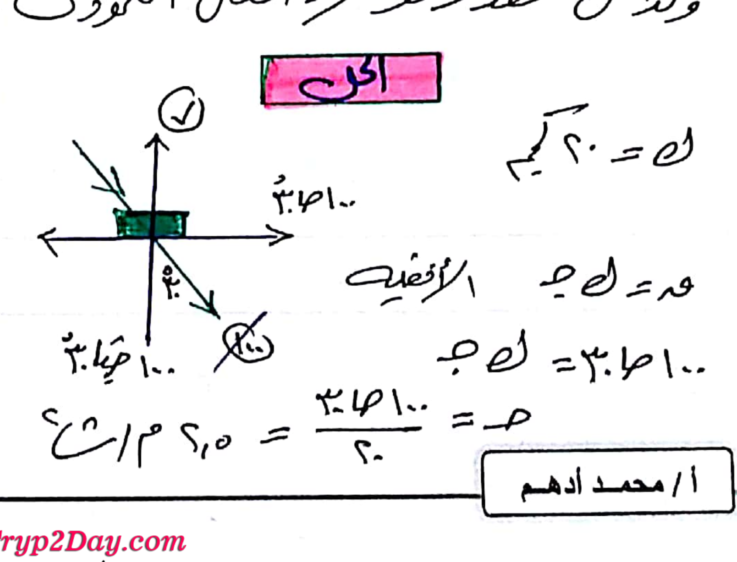
∴ ق = ٤٩٠٠ × $\frac{١}{٨}$ = ٦١٢,٥ نيوتن ÷ ٩,٨

∴ ق = $\frac{٦١٢,٥}{٩,٨}$ = ٦٢,٥ ث.كجم

٦

أثرت قوة مقدارها ١٠٠ نيوتن ويصنع اتجاهها زاوية ٣٠° مع الرأسى لأسفل على جسم كتلته ٢٠ كجم موضوع على أرض أفقية ملساء أوجد العجلة الناشئة وكذلك مقدار قوة رد الفعل العمودى

الحل



ك = ٢٠ كجم

ق = ك جـ الأفقية

١٠٠ جا ٣٠ = ك جـ

جـ = $\frac{١٠٠ جا ٣٠}{٢٠}$ = ٢,٥ م/ث٢

ر = ١٠٠ جتا ٣٠ = ٥٠ √٣ نيوتن

أو $\frac{٥٠√٣}{٩,٨}$ = ٨,٨٣٧ ث.كجم

٧

قطار كتلته ٢٤٠ طناً (عادى ذات المقطورة) يتحرك بعجلة منتظمة مقدارها ١٥ سم/ث٢ على طريق مستقيم أفقى فإذا كانت مقاومة الهواء والاحتكاك ٧٥ ث.كجم لكل طن من كتلة القطار فأوجد بثقل الكيلوجرام قوة آلة القطار وإذا انفصلت العربة الأخيرة وكتلتها ٤٩ طناً بعد أن تحرك القطار من السكون لمدة ٤,٩ دقيقة فأوجد الزمن الذى تأخذه العربة المنفصلة حتى تقف .

الحل

قبل انفصال العربة

ق - م = ك جـ

ق = م + ك جـ = ٧٥ × ٩,٨ × ٢٤٠ + ٢٤٠٠٠٠ × ٠,١٥

∴ ق = ٢١٦٨٢٠ نيوتن = ٢٢١٢٥ ث.كجم

∵ ع. = ٠ جـ = ٠,١٥ م/ث٢ ن = ٢٩٤ ث

∴ ع = ع. + جـ ن = ٠ + ٠,١٥ × ٢٩٤ = ٤٤,١ م/ث

بعد انفصال العربة (العربة المنفصلة)

ق - م = ك جَـ ∴ ق = ٠ لأنها انفصلت

- م = ك جَـ

- ٤٩ × ٧٥ × ٩,٨ = ٤٩٠٠٠ جَـ

∴ جَـ = - ٠,٧٣٥ م/ث٢

$\because$ ع = ع. + جـ ن

ع = ٠ لانه توقف ، ع. = ٤٤,١

ومن السرعة التى اخذ بها الجزء الاول

$\therefore$ ٠ = ٤٤,١ − ٠,٧٣٥ ن

$\therefore$ ٠,٧٣٥ ن = ٤٤,١

$\therefore$ ن = $\frac{٤٤,١}{٠,٧٣٥}$ = ٦٠ ث

---

(٨) بالون كتلته ١٠٥٠ كجم يتحرك بسرعة منتظمة رأسياً لأعلى سقط منه جسم كتلته ٧٠ كجم. أوجد العجلة التى يصعد بها البالون بعد ذلك ، وإذا كانت سرعة البالون قبل سقوط الجسم ٥٠ سم/ث أوجد

(أ) المسافة التى يقطعها بعد ذلك فى ١٠ ثوان

(ب) المسافة بين البالون والجسم بعد هذه المدة

الحل

حركة البالون قبل سقوط الجسم منه (الثانوية الاولى)

م = و ، ل ء = ١٠٥٠ ث كجم

بعد سقوط الجسم أصبحت الكتلة

١٠٥٠ − ٧٠ = ٩٨٠ كجم

$\therefore$ ل جـ = ٩,٨ × ١٠٥٠ − ٩,٨ × ٩٨٠

٩٨٠ جـ = ٩,٨ × ١٠٥٠ − ٩,٨ × ٩٨٠

٦٨٦ = ٩٨٠ جـ

$\therefore$ جـ = $\frac{٦٨٦}{٩٨٠}$ = ٠,٧ م/ث²

ع. = ٥٠ سم/ث = ٠,٥ م/ث

جـ = ٠,٧ م/ث² ، ن = ١٠ ث

ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ جـ ن²

= ٠,٥ × ١٠ + $\frac{1}{2}$ × ٠,٧ × (١٠)²

= ٤٠ م لأعلى

ف للجسم (باعتباره وكأنه مقذوف لأعلى)

ف = ع. ن − $\frac{1}{2}$ د ن²

ف = ٠,٥ × ١٠ − $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ × (١٠)²

= − ٤٨٥ م

والإشارة السالبة تدل على أنه تحرك لأسفل نقطة القذف أى أنه تحرك ٤٨٥ م لأسفل

$\therefore$ المسافة بين البالون والجسم بعد ١٠ ث

= ٤٠ + ٤٨٥ = ٥٢٥ متر

---

(٩) جسم كتلته ك = (٢ ن + ٥) كجم متجه موضعه ر = ($\frac{1}{2}$ ن² + ن − ٥) ى

أوجد

(أ) متجه السرعة والعجلة للجسم عند أى لحظة

(ب) مقدار القوة المؤثرة على الجسم عند ن = ١٠ ث

الحل

(أ) ع = $\frac{ء ر}{ء ن}$ = (ن + ١) ى

جـ = $\frac{ء ع}{ء ن}$ = (١) ى

(ب) كمية الحركة م = ك ع = (٢ ن + ٥) (ن + ١) ى

$\therefore$ م = (٢ ن² + ٧ ن + ٥)

ق = $\frac{ء م}{ء ن}$ = ٤ ن + ٧

عند ن = ١٠ $\therefore$ ق = ٤٧ نيوتن

لاحظ أنه طالما الكتلة متغيرة و ر متغيرة.

يبقى لازم نجيب كمية الحركة $(ك \times ع)$ وبعدين $ق = \frac{د}{دن}[ك \times ع]$ مرة واحدة

(١٠) بالون كتلته ٥٦٠ كجم يصعد رأسياً لأعلى بسرعة منتظمة سقط منه جسم كتلته ٧٠ كجم. أوجد مقدار واتجاه العجلة التي يتحرك بها البالون بعد سقوط الجسم.

الحل

* حركة البالون قبل سقوط الجسم

$ق = و_1 = ك د = ٥٦٠ \times ٩,٨$ نيوتن

* حركة البالون بعد سقوط الجسم منه

$ق - و_2 = ك ج$

$و_2 = ٥٦٠ - ٧٠ = ٤٩٠$ ث كجم

$∴ ٥٦٠ \times ٩,٨ - ٤٩٠ \times ٩,٨ = ٤٩٠ ج$

$∴ ج = \frac{٦٨٦}{٤٩٠} = ١,٤$ م/ث²

(١١) أثرت قوة $ق = ٣ن + ١$ على جسم ساكن كتلته ٤ كجم مبتدئاً حركته من نقطة الأصل "و" على خط مستقيم

(أ) أوجد ع عندما ن = ٢ ثانية

(ب) ف عندما ن = ٢ ثانية علماً بأن ق مقاسة بالنيوتن

الحل

(أ) $∵ ق = ك ج$

$∴ ٣ن + ١ = ٤ ج$

$∴ ج = \frac{٣}{٤}ن + \frac{١}{٤}$

$ع = \int_{٠}^{٢} ج \, دن = \int_{٠}^{٢} (\frac{٣}{٤}ن + \frac{١}{٤}) دن$

$ع = [\frac{٣}{٨}ن^٢ + \frac{١}{٤}ن]_{٠}^{٢} = ١,٥ + \frac{١}{٢} = ٢$ م/ث

(ب) $ف = \int_{٠}^{٢} ع \, دن = \int_{٠}^{٢} [\frac{٣}{٨}ن^٢ + \frac{١}{٤}ن] دن$

$= [\frac{١}{٨}ن^٣ + \frac{١}{٨}ن^٢]_{٠}^{٢}$

$= ١ + \frac{١}{٢} = ١,٥$ م

(١٢) أثرت قوة ق على جسم كتلته ٣ كجم، يتحرك في خط مستقيم مبتدئاً بسرعة قدرها ٢ م/ث، وكانت $ق = \frac{٣}{٢ع+١}$ حيث ع سرعة الجسم بعد زمن قدره ن، متى تكون سرعة الجسم ٦ م/ث

الحل

$∵ ق = ك ج$

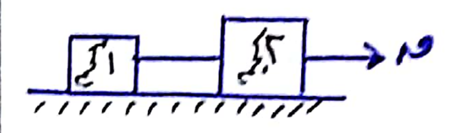
$∴ \frac{٣}{٢ع+١} = ٣ \times \frac{دع}{دن}$

$\int_{٠}^{ن} دن = \int_{٢}^{٦} (٢ع+١) دع$

$[ن]_{٠}^{ن} = [ع^٢ + ع]_{٢}^{٦}$

$ن = (٣٦+٦) - (٤+٢) = ٣٦$ ث

١٣ في الشكل المقابل



إذا كان الجسمان يتحركان بعجلة منتظمة على مستوى أفقي أملس تحت تأثير القوة الأفقية التي مقدارها ق ، فإن مقدار الشد في الخيط بين الجسمين = ---

(أ) ٣ ق   (ب) ٢ ق

(ج) $\frac{ق}{٢}$ (د) $\frac{ق}{٣}$

الكتلة الكلية ٣ كجم ⟸ ق

ك ⟵ $\frac{ق}{٣}$

لأن الخيط الأوسط يشد الكتلة ١ كجم فقط وهي ثلث المجموعة = $\frac{ق}{٣}$

---

١٤ في الشكل المقابل

ق ، ٣ ، ٢

ج

إذا كانت القوة التي مقدارها ٢٠ نيوتن تدفع الكتلتين ٣ كجم ، ٢ كجم أفقياً في اتجاههما كما هو مبين بالشكل ، فإن القوة التي تؤثر بها الكتلة ٢ كجم على الكتلة ٣ كجم --

 ٨ نيوتن   (ب) ١٠ نيوتن

 ١٢ نيوتن   (د) ٢٠ نيوتن

ك = ٥   ق = ٢٠

ق = ك جـ   جـ = $\frac{٢٠}{٥}$ = ٤

الكتلة ٢   ك × جـ : ٢ × ٤ = ٨ نيوتن

---

١٥ أثرت قوة في ثلاثة أجسام مختلفة فأكسبت أولها عجلة قدرها ٢ جـ والثاني عجلة قدرها ٣ جـ والثالث قدرها ٥ جـ فإذا ربطت الأجسام الثلاثة معاً وأصبحت جسماً واحداً وتحرك بعجلة جـَ تحت تأثير نفس القوة فأوجد النسبة بين جـَ : جـ

الحل

∵ ق = ك١ × ٢ جـ   ∴ ك١ = $\frac{ق}{٢ جـ}$

، ق = ك٢ × ٣ جـ   ∴ ك٢ = $\frac{ق}{٣ جـ}$

، ق = ك٣ × ٥ جـ   ∴ ك٣ = $\frac{ق}{٥ جـ}$

، ق = (ك١ + ك٢ + ك٣) × جـَ

ق = ($\frac{ق}{٢ جـ}$ + $\frac{ق}{٣ جـ}$ + $\frac{ق}{٥ جـ}$) جـَ

ق = ($\frac{٣١ ق}{٣٠ جـ}$) جـَ

٣١ جـَ = ٣٠ جـ

∴ جـَ : جـ = ٣٠ : ٣١

٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

الدرس الرابع:
القانون الثالث لنيوتن - المصاعد

(١) لكل فعل رد فعل مساوٍ له في المقدار ومضاد له في الاتجاه .

(٢) ص أو ر أو ش
الضغط رد الفعل الشد

(٣) إذا كان المصعد ساكن او يتحرك بسرعة منتظمة
ص = ك د

(٤) إذا كان المصعد صاعد بعجلة منتظمة ج
ص = ك (د + ج)

(٥) إذا كان المصعد هابط بعجلة منتظمة ج
ص = ك (د - ج)

(٦) الوزن الحقيقي = ك د

(٧) قراءة الميزان ص تكون وزن ظاهري

(أ) في الحالة الأولى الوزن الحقيقي = الظاهري

(ب) وفي الثانية الوزن الظاهر أكبر من الحقيقي

(ج) وفي الثالثة الوزن الظاهري أصغر من الحقيقي



(١) إذا وضع جسم على ميزان ضغط مثبت في أرضية مصعد وكانت قراءة الميزان أصغر من وزن الجسم الحقيقي فيكون المصعد ....

(أ) صاعد بعجلة منتظمة (ب) هابط بسرعة منتظمة

(ج) صاعد بتقصير منتظم (د) هابط بتقصير منتظم

ك (د - ج)

إما هابط بعجلة منتظمة
أو صاعد بتقصير منتظم

---

(٢) ميزان زنبركي مثبت في سقف مصعد ويحمل خطافه جسماً كتلته ك كجم فإذا كانت قراءة الميزان ١١ ك نيوتن فإن المصعد يكون متحركاً ....

(أ) بسرعة ١,٢ م/ث لأعلى (ب) بسرعة ١,٢ م/ث لأسفل

(ج) بعجلة ١,٢ م/ث² لأعلى (د) بعجلة ١,٢ م/ث² لأسفل

ك (د + ج) = ١١ ك

٩,٨ + ج = ١١ ∴ ج = ١,٢ م/ث² لأعلى

ملحوظة ⇐ في الميزان ذو الكفتين

الوزن الحقيقي = الوزن الظاهري دائماً

لأنه نسبة بين الكفتين ولا يتأثر بالصعود أو الهبوط

(١) شخص كتلته ٦٠ كجم موجود داخل مصعد عين رد فعل المصعد بالنيوتن فى الحالات التالية .

(أ) إذا كان المصعد ساكن
(ب) يتحرك بعجلة منتظمة ١٫٧ م/ث² لأعلى
(جـ) يتحرك " " " ١٫٧ م/ث² لأسفل

الحل

(١) إذا كان المصعد ساكن $ر = ك د$

$ر = ٦٠ \times ٩٫٨ = ٥٨٨$ نيوتن

(٢) يتحرك لأعلى $ر = ك(د + جـ)$

$ر = ٦٠(٩٫٨ + ١٫٧) = ٦٩٠$ نيوتن

(٣) يتحرك لأسفل $ر = ك(د - جـ)$

$ر = ٦٠(٩٫٨ - ١٫٧) = ٤٨٦$ نيوتن

مـلاحظة

$ر = ك د$

١- فى حالة المصعد ساكن يكون الوزن الظاهرى = الحقيقى
٢- يتحرك لأعلى بعجلة منتظمة الظاهرى > الحقيقى
٣- يتحرك لأسفل بعجلة منتظمة الظاهرى < الحقيقى

(٢) جسم كتلته ٧٠ كجم موضوع داخل صندوق كتلته ٢٨ كجم والصندوق مربوط بحبل يتحرك رأسياً إذا كان مقدار الشد فى الحبل ١٠٥ ث.كجم

أوجد

(أ) مقدار واتجاه عجلة حركة الصندوق
(ب) ضغط الجسم على قاعدة الصندوق

الحل

(أ) لاحظ أن قوة الشد فى الحبل تؤثر على الصندوق + كتلة الجسم الذى بداخله

∴ الكتلة ك الكلية = ٧٠ + ٢٨ = ٩٨ كجم

$ش = ك(د + جـ)$

$١٠٥ \times ٩٫٨ = ٩٨(٩٫٨ + جـ)$

$(٩٫٨ + جـ) = \frac{٩٫٨ \times ١٠٥}{٩٨} = ١٠٫٥$

∴ $جـ = ١٠٫٥ - ٩٫٨ = ٠٫٧$ م/ث²

والإشارة موجبة أى أن العجلة لأعلى

(ب) ضغط الجسم على قاعدة الصندوق هنتعامل مع كتلة الجسم فقط

$ض = ك(د + جـ)$

$ض = ٧٠(٩٫٨ + ٠٫٧) = ٧٣٥$ نيوتن

$= ٧٥$ ث.كجم

(٣) علق جسم فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل ١٧ ث.كجم عندما كان صاعداً بعجلة منتظمة $\frac{٣}{٢}$ د م/ث² وسجل القراءة ١٦ ث.كجم عندما كان هابطاً بتقصير منتظم د متر/ث² أوجد كتلة الجسم وقيمة جـ

الحل

عندما كان صاعد بعجلة $\frac{٣}{٢}$ جـ

$ك(ء + \frac{٣}{٢} جـ) = ١٧ \times ٩,٨$

$ك(٩,٨ + \frac{٣}{٢} جـ) = ١٦٦,٦ \leftarrow (١)$

ركز شوية لما قال هابط فالمفروض ك(ء − جـ) ولكن طالما قال تتحرك بتقصير يبقى جـ اشارتها سالبه فتصبح المعادلة الثانية

$ك(٩,٨ + جـ) = ١٦ \times ٩,٨ \leftarrow (٢)$

بضرب المعادلة الثانية $\times -\frac{٣}{٢}$

$٩,٨ ك + \frac{٣}{٢} ك جـ = ١٦٦,٦$

$-١٤,٧ ك - \frac{٣}{٢} ك جـ = -٢٣٥,٢$

$-٤,٩ ك = -٦٨,٦$

∴ ك = ١٤ كجم بالتعويض في (٢)

$١٤(٩,٨ + جـ) = ١٦ \times ٩,٨$

$٩,٨ + جـ = ١١,٢$

∴ $جـ = ١١,٢ - ٩,٨ = ١,٤$ م/ث²

٤ علق جسم في ميزان زنبركي مثبت في سقف مصعد فسجل الميزان القراءة ٧ ث.كجم عندما كان المصعد ساكناً ثم سجل القراءة ٨ ث.كجم عندما تحرك المصعد رأسياً بعجلة منتظمة. أوجد مقدار واتجاه العجلة التي يتحرك بها المصعد

الحل

∵ قراءة الميزان والمصعد ساكن = ٧ ث.كجم

∴ الوزن الحقيقي = ٧ ث.كجم

∵ الوزن الظاهري > الوزن الحقيقي

∴ اتجاه الحركة لأعلى

$ش = ك(ء + جـ)$

$٨ \times ٩,٨ = ٧(٩,٨ + جـ)$

$٩,٨ + جـ = \frac{٩,٨ \times ٨}{٧} = ١١,٢$

∴ جـ = ١,٤ م/ث²

٥ جسم كتلته ٣٥ كجم موضوع على ميزان ضغط مثبت في أرضية مصعد يتحرك بسرعة قدرها ٤ م/ث وكانت قراءة الميزان ٣٤٣ نيوتن فأوجد المسافة التي يقطعها المصعد في ٧ ثوان.

الحل

قراءة الميزان = ٣٤٣ نيوتن = ٣٥ ث.كجم

∴ قراءة الميزان = كتلة الجسم

∴ المصعد يتحرك بسرعة منتظمة

المسافة = ع × ن

= ٤ × ٧ = ٢٨ م

الدرس الخامس: حركة جسم على مستوى مائل أملس

هابط

ك د جاهـ = ك ج

ج = د جاهـ

صاعد

− ك د جاهـ = ك ج

ج = − د جاهـ

ر = ك د جتاهـ

ر ← رد فعل المستوى

(٧) اختر

(أ) إذا تحرك جسم على مستوى مائل أملس يميل على الأفقي بزاوية هـ تحت تأثير وزنه فقط

فإن عجلة حركته = ـــــ

د   د جتاهـ   د جاهـ   صفر

(ب) وفي نفس السؤال فإن عجلة حركته تتوقف على ....

كتلته   وزنه   زاوية ميل المستوى   رد فعل المستوى عليها

(٣) وضع جسم كتلته ١٠ كجم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{3}{5}$ أثرت قوة مقدارها ٨٠ نيوتن في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى إلى أعلى. أوجد مقدار واتجاه العجلة الناشئة ومقدار رد الفعل العمودي

الحل

جاهـ = $\frac{3}{5}$ جتاهـ = $\frac{4}{5}$

ق = ٨٠ نيوتن

ك د جاهـ = ١٠ × ٩٫٨ × $\frac{3}{5}$

= ٥٨٫٨ نيوتن

∵ ق > ك د جاهـ

أي أن الحركة لأعلى المستوى

ق − ك د جاهـ = ك ج

٨٠ − ٥٨٫٨ = ١٠ ج

∴ ج = $\frac{21.2}{10}$ = ٢٫١٢ م/ث²

ر = ك د جتاهـ = ١٠ × ٩٫٨ × $\frac{4}{5}$ = ٧٨٫٤ نيوتن

(٣) يتحرك جسم كتلته ٢ كجم على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٦٠° تحت تأثير قوة مقدارها ١ ث.كجم موجهة نحو المستوى وتصنع مع الأفقي زاوية قياسها ٣٠° لأعلى، أوجد مقدار قوة رد فعل المستوى على الجسم وكذلك عجلته

الحل

ق جتا ٣٠ = ١ × ٩,٨ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ك ء جا ٦٠ = ٢ × ٩,٨ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$

∵ ك ء جا ٦٠° > ق جتا ٣٠

∴ الحركة لأسفل المستوى

ك ء جا ٦٠° − ق جتا ٣٠° = ك ج

٢ ج = ٢ × ٩,٨ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ − ١ × ٩,٨ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ ج = ٢,٤٥ $\sqrt{3}$ م/ث² لأسفل

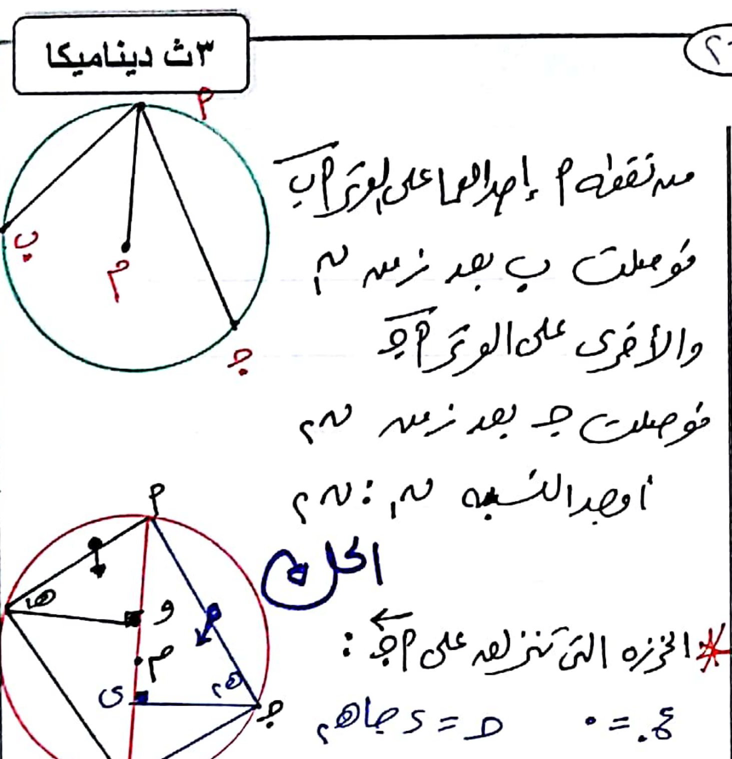
ر = ق جا ٣٠° + ك ء جتا ٦٠°

= ٩,٨ × ½ + ٢ × ٩,٨ × ½

= ١٤,٧ نيوتن = ١,٥ ث.كجم

---

(٤) أ م نصف قطر رأسي، أ ب ، أ جـ وتران يمثلان طريقين أملسين في الدائرة حيث أ جـ > أ ب ، انزلقت خرزتان من السكون من نقطة أ إحداهما على الوتر أ ب فوصلت ب بعد زمن ن١ والأخرى على الوتر أ جـ فوصلت جـ بعد زمن ن٢ أوجد النسبة ن١ : ن٢



الحل

* الخرزة التي تنزلق على أ جـ :

ع. = ٠ ، ج = ء جتا هـ

∴ ف = ع. ن + ½ ج ن²

= ٠ + ½ × ء جتا هـ ن٢²

∴ أ جـ = ½ × ء × (أ جـ / أ ء) × ن٢²

∴ ن٢² = ٢(أ جـ)² / (ء × أ ء) = ٢ أ جـ × أ ء / (أ جـ × ء) = ٤ نق / ء ← (١)

* الخرزة التي تنزلق على أ ب :

ف = ع. ن + ½ ج ن²

= ٠ + ½ ء جتا هـ١ ن١²

أ ب = ½ × ء × (أ و / أ ب) × ن١²

∴ ن١² = ٢(أ ب)² / (ء × أ و) = ٢ أ ء × أ و / (أ و × ء) = ٤ نق / ء ← (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ن١² : ن٢² = ١ : ١

∴ ن١ : ن٢ = ١ : ١

الدرس السادس:
حركة جسم على مستوٍ خشن

(١) $ح_س > ح_ك$

(٢) $م_س > م_ك$

عندنا ثلاث حالات

(أ) الأجسام المنزلقة بالفعل ($ح_ك$)

(ب) الأجسام التي على وشك الحركة ($ح_س$)

(ج) الأجسام المتزنة $[ح \leq ح_س]$

(١) جسم وزنه ١٠ ث.كجم موضوع على مستوى أفقي خشن، أثرت عليه قوة قدرها ٣٧ نيوتن فحركته على المستوى الأفقي بعجلة منتظمة $\frac{٣}{٤}$ م/ث² أوجد معامل الاحتكاك الحركي بين الجسم والمستوى.

الحل

$ر = ١٠ \times ٩,٨ = ٩٨$ نيوتن

$\because ق - م_ك ر = ك جـ$

$٣٧ - م_ك \times ٩٨ = ١٠ \times \frac{٣}{٤}$

$٣٧ - ١٢,٥ = ٩٨ م_ك$

$\therefore م_ك = \frac{١}{٤}$

(٢) جسم وزنه ٨٠٠ نيوتن موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقي بزاوية ٢٥°، وكان معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى = ٠,٣٥ ومعامل الاحتكاك الحركي ٠,٢٥. أوجد القوة ق التي تؤثر في اتجاه خط أكبر ميل لأعلى

(أ) ق التي تجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى

(ب) ق أقل قوة تحافظ على الجسم متحركاً لأعلى.

(ج) ق أقل قوة تمنع الجسم من الانزلاق

الحل

(أ) $\because$ الجسم على وشك الحركة لأعلى

$\therefore ر = و جتا هـ$

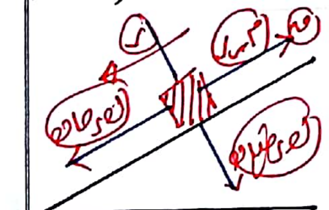
$\therefore ق = م_س ر + و جا هـ$

$= ٠,٣٥ \times ٨٠٠ جتا ٢٥° + ٨٠٠ جا ٢٥° \simeq ٥٩١,٨٦$ نيوتن

(ب) أقل قوة تحافظ على الجسم متحركاً لأعلى المستوى

$ق = م_ك ر + و جا هـ$

$= ٠,٢٥ \times ٨٠٠ جتا ٢٥° + ٨٠٠ جا ٢٥° \simeq ٥١٩,٣٦$ نيوتن



(ج) القوة التي تمنع الجسم من الانزلاق هي التي تجعله على وشك الحركة لأسفل

$ق + م_س ر = و جا هـ$

$ق = و جا هـ - م_س ر$

$= ٨٠٠ جا ٢٥° - ٠,٣٥ \times ٨٠٠ جتا ٢٥°$

$ق = ٨٤,٢٣$ نيوتن

(٣) جسم موضوع عند أعلى نقطة من منحدر ارتفاعه ١٢٥ سم ويميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° تحرك الجسم في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأسفل ضد مقاومة ثابتة تقدر بربع وزنه أوجد سرعة وصول الجسم إلى أسفل نقطة للمستوى وما هي السرعة التي يقذف بها الجسم من أسفل نقطة في الاتجاه المضاد حتى يصل بالكاد إلى قمته

الحل

الجزء الأول [الحركة لأسفل]

ك و جا٣٠ - ¼ ك و = ك ج

٩,٨ × ½ - ¼ × ٩,٨ = ج

∴ ج = ٢,٤٥ م/ث²

ع. = ٠ ف = ؟؟

لاحظ أن ارتفاع المستوى ١,٢٥ فيكون طوله المائل = ٢,٥

ضلع مقابل زاوية ٣٠ = ½ الوتر

∴ الوتر = ٢ × ١,٢٥ = ٢,٥

ع² = ع.² + ٢ ج ف

ع² = ٠ + ٢ × ٢,٤٥ × ٢,٥

ع = ٣,٥ م/ث

الجزء الثاني [القذف لأعلى المستوى]

- ك و جا٣٠ - ¼ ك و = ك ج

∴ ج = - ٧,٣٥ م/ث²

ع = ٠ لأنه سيتوقف

ع² = ع.² + ٢ ج ف

٠ = ع.² - ٢ × ٧,٣٥ × ٢,٥

ع.² = ٣٦,٧٥

∴ ع. = ٣,٥ √٣ ≈ ٦ م/ث

(٤) تنتقل الصناديق في أحد المصانع بإنزالها على مستوى مائل ينتهي بمستوى أفقي فإذا كان طول المستوى المائل ٤٠ م وزاوية ميله على الأفقي ٣٠° والمقاومة لكل المستويين ⅕ وزن الجسم أوجد سرعة الصناديق عند نهاية المسار بفرض أن سرعتها لا تتغير بانتقالها إلى المستوى الأفقي إذا كان طول الجزء الأفقي ١٠ أمتار

الحل

المقاومة = ⅕ ك و
= ٠,٢ ك و

[نازل]

• الحركة على المستوى المائل

ك ء جا ٣٠ - ٠,٢ ك ء = ك ج

∴ ج = ٢,٩٤ م/ث²

ع. = ٠ ف = ٤٠ م

ع² = ع.² + ٢ ج ف

ع² = ٠ + ٢ × ٢,٩٤ × ٤٠

ع² = ٢٣٥,٢

وهي السرعة التي انتهى بها الجزء الأول وبدأ بها الجزء الثاني

• الحركة على المستوى الأفقي

- ٠,٢ ك ء = ك ج

∴ ج = -١,٩٦ م/ث²

ع.² = ٢٣٥,٢ ف = ١٠ م

ع² = ع.² + ٢ ج ف

= ٢٣٥,٢ - ٢ × ١,٩٦ × ١٠

ع² = ١٩٦

∴ ع = ١٤ م/ث

(٥) قاطرة كتلتها ٣٠ طن تجر عدداً من العربات كتلة كل منها ١٠ طن بقوة آلة مقدارها ٥٦ ث.طن لتصعد بها منحدراً يميل على الأفقي بزاوية ٣٠° بعجلة منتظمة مقدارها ٤٩ سم/ث² فإذا كانت قوة المقاومة لحركة القاطرة والعربات تعدل ١٠ ث.كجم لكل طن من الكتلة كأوجد عدد العربات

الحل

ق   م   ك ء جا ه   ٣٠°

نفرض أن الكتلة الكلية = ك بالطن

∴ الحركة لأعلى

ق - ك ء جا ه - م = ك ج

٥٦ × ٩,٨ - ك × ٩,٨ × جا ٣٠ - ٠,٠١ × ٩,٨ × ك = ك × ٠,٤٩

٥٦ × ٩,٨ - ٠,٠١ × ٩,٨ ك = ٠,٤٩ ك + ٤,٩ ك

٩,٨ × ٥٦ = ك [٩,٨ × ٠,٠١ + ٤,٩ + ٠,٤٩]

∴ ك = ١٠٠ طن

كتلة العربات = ١٠٠ - ٣٠ = ٧٠ طن

عدد العربات = ٧٠/١٠ = ٧ عربات

الدرس السابع :

حركة مجموعة مكونة من جسمين رأسياً على بكرة ملساء

* النوع الأول

ك١ ء - ش = ك١ ج ← ①

ش - ك٢ ء = ك٢ ج ← ②

ج = (ك١ - ك٢)/(ك١ + ك٢) × ء

ض = ٢ ش [الضغط على البكرة]

المسافة الرأسية بينهما = ٢ ف

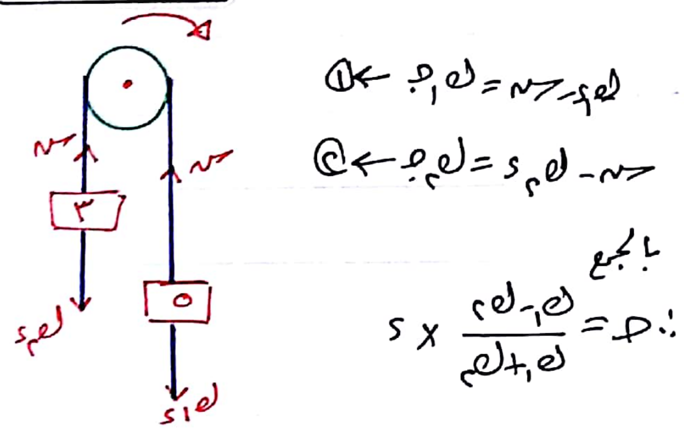
المسائل

① ربط جسمان كتلتاهما ٥ كجم ، ٣ كجم فى نهايتى خيط يمر فوق بكرة صغيرة ملساء وحفظت المجموعة فى حالة اتزان وجزءا الخيط رأسيان إذا تركت المجموعة لتتحرك أوجد

مقدار عجلة الحركة ، الضغط على البكرة .

وعين سرعة الجسم ٥ كجم عندما يكون قد هبط مسافة ٤٠ سم

الحل



ك١ ء - ش = ك١ ج ← ①

ش - ك٢ ء = ك٢ ج ← ②

بالجمع

∴ ج = (ك١ - ك٢)/(ك١ + ك٢) × ء

ج = (٥ - ٣)/(٥ + ٣) × ٩,٨ = ٢,٤٥ م/ث²

بالتعويض فى ②

ش - ٣ × ٩,٨ = ٣ × ٢,٤٥

ش = ٣ × ٢,٤٥ + ٣ × ٩,٨ = ٣٦,٧٥ نيوتن

= ٣,٧٥ ث.كجم

ض = ٢ ش = ٧,٥ ث.كجم

∵ ع. = ٠ ، ج = ٢,٤٥ م/ث² ، ف = ٠,٤ م

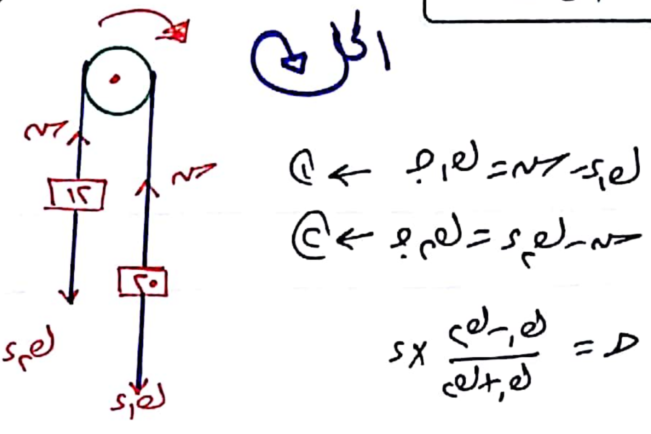
ع² = ع.² + ٢ ج ف

ع² = ٢ × ٢,٤٥ × ٠,٤

∴ ع = ١,٤ م/ث

② علق خيط خفيف ثابت الطول على بكرة صغيرة ملساء مثبتة ، ويحمل فى طرفيه كتلتين ٢٠ ، ١٢ جم تتدليان رأسياً ، أوجد عجلة حركة المجموعة والشد فى الخيط ، وإذا كانت المجموعة قد بدأت الحركة من سكون ، وقطع الخيط بعد مرور ثانيتين من لحظة بدء الحركة ، عين أقصى ارتفاع تصل إليه الكتلة ١٢ جم عن موضعها الأصلى عند بدء الحركة

الحل



$ل_١ ء - ش = ل_١ ج$ ← (١)

$ش - ل_٢ ء = ل_٢ ج$ ← (٢)

$$ج = \frac{ل_١ - ل_٢}{ل_١ + ل_٢} \times ء$$

$$ج = \frac{٢٠ - ١٢}{٢٠ + ١٢} \times ٩٨٠ = ٢٤٥ \text{ سم/ث}^٢$$

ش = ١٢ × ٢٤٥ + ١٢ × ٩٨٠ = ١٤٧٠٠ داين

= ١٥ ث.جم

ج = ٢٤٥ سم/ث² ، ع. = ٠ ، ن = ٢

∴ ع = ع. + ج ن = ٢٤٥ × ٢

ع = ٤٩٠ سم/ث

وهتكون ع. للجزء الأخير

، $ف_١ = ع. ن + \frac{١}{٢} ج ن^٢$

= ٠ + ½ × ٢٤٥ × ٤ = ٤٩٠ سم

بعد قطع الخيط تتحرك الكتلة ١٢ لأعلى بعكس الجاذبية بعجلة -٩٨٠ سم/ث²

وتكون أقصى ارتفاع = $\frac{ع_٠^٢}{٢ء} = \frac{(٤٩٠)^٢}{٩٨٠ \times ٢}$

= ١٢٢,٥ سم

∴ أقصى ارتفاع تصل اليه الكتلة ١٢ جم

هو ف١ + فم = ٤٩٠ + ١٢٢,٥

= ٦١٢,٥ سم

---

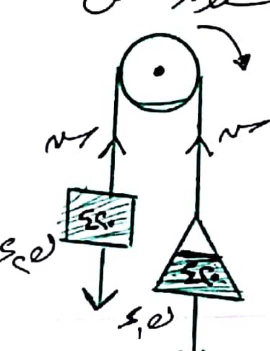
(٣) كتلتان مقدار كل منهما ٤٢٠ جم احداهما موضوعة في كفة ميزان كتلتها ١٤٠ جم وتحركت المجموعة من السكون فاحسب:

(أ) عجلة الحركة سم/ث²

(ب) الشد في الخيط ث.جم

(ج) الضغط على محور البكرة ث.جم

(د) الضغط على كفة الميزان ث.جم



الحل

(أ) ل١ = ٤٢٠ + ١٤٠ = ٥٦٠ جم

والحركة في اتجاه كفة الميزان

$ل_١ ء - ش = ل_١ ج$ ← (١)

$ش - ل_٢ ء = ل_٢ ج$ ← (٢)

$$ج = \frac{ل_١ - ل_٢}{ل_١ + ل_٢} \times ء$$

$$ج = \frac{٥٦٠ - ٤٢٠}{٤٢٠ + ٥٦٠} \times ٩٨٠$$

= ١٤٠ سم/ث²

بالتعويض في (٢)

(ب) ش - ٤٢٠ × ٩٨٠ = ٤٢٠ × ١٤٠

∴ ش = ٤٧٠٤٠٠ داين ÷ ٩٨٠

= ٤٨٠ ث.جم

(ج) م = ٢ش = ٩٦٠ ث.جم

الضغط على محور البكرة

د) لإيجاد الضغط على كفة الميزان

نعتبرها مصعد يهبط لأسفل بعجلة منتظمة ج = ١٤٠ سم/ث²

والكتلة هنا ٤٢٠ جم

ض = ك (د - ج)

ض = ٤٢٠ (٩٨٠ - ١٤٠) = ٣٥٢٨٠٠ داين ÷ ٩٨٠

ض = ٣٦٠ ث.جم

∵ ج = ٦٠ سم/ث²   ف = ٢٧٠ سم

ع٠ = ٠   بدأت من سكون

∵ ف = ع٠ ن + ½ ج ن²

٠ + ½ × ٦٠ ن² = ٢٧٠

٣٠ ن² = ٢٧٠

ن² = ٩   ∴ ن = ٣ ث

٤) جسمان كتلتاهما ٢٦٠ جم ، ٢٣٠ جم مربوطان في طرفي خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء ويتدليان رأسياً ، بدأت المجموعة الحركة من السكون عندما كانت الكتلة الكبرى على ارتفاع ٢٧٠ سم من سطح الأرض ، أوجد عجلة المجموعة والشد في الخيط والزمن الذي يمضي حتى تصل الكتلة الكبرى للأرض

الحل

ك١ د - ش = ك١ ج ← ①

ش - ك٢ د = ك٢ ج ← ②

ج = (ك١ - ك٢) / (ك١ + ك٢) × د

ج = (٢٦٠ - ٢٣٠) / (٢٦٠ + ٢٣٠) × ٩٨٠ = ٦٠ سم/ث²

بالتعويض في ②

ش = ك٢ ج + ك٢ د = ٢٣٠ × ٦٠ + ٢٣٠ × ٩٨٠

ش = ٢٣٩٢٠٠ داين

٥) علقت كتلتان ك١ ، ك٢ جرام (ك١ > ك٢) من طرفي خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء إذا كانت المجموعة تتحرك رأسياً بعجلة ١٩٦ سم/ث² أوجد ك١ : ك٢

الحل

ك١ د - ش = ك١ ج ← ①

ش - ك٢ د = ك٢ ج ← ②

ج = ((ك١ - ك٢) / (ك١ + ك٢)) د

١٩٦ = ((ك١ - ك٢) / (ك١ + ك٢)) × ٩٨٠   ÷ ١٩٦

٥ ((ك١ - ك٢) / (ك١ + ك٢)) = ١

٥ ك١ - ٥ ك٢ = ك١ + ك٢

٥ ك١ - ك١ = ك٢ + ٥ ك٢

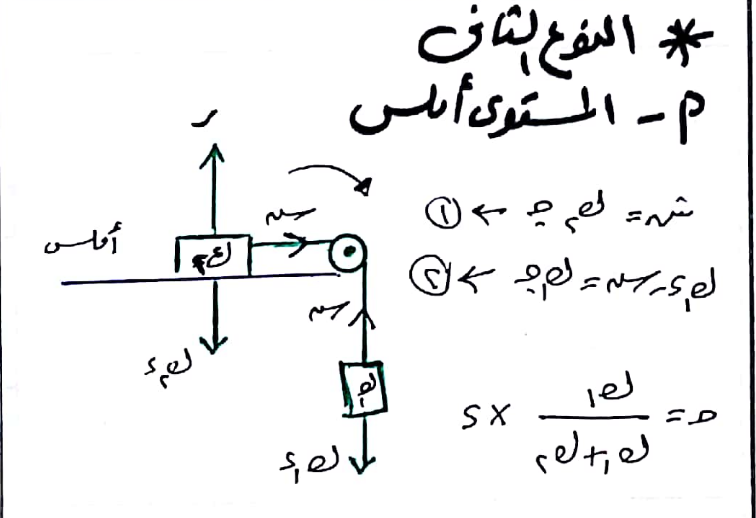
٤ ك١ = ٦ ك٢

∴ ك١ / ك٢ = ٦ / ٤ = ٣ / ٢

الدرس الثامن
تابع البكرات البسيطة أفقي - رأسي

* النوع الثاني

أ - المستوى أملس



$$ش = ك_٢ جـ \leftarrow ①$$

$$ك_١ د - ش = ك_١ جـ \leftarrow ②$$

$$جـ = \frac{ك_١}{ك_١ + ك_٢} \times د$$

$$ض = \sqrt{٢}\ ش$$

ب - المستوى خشن

$$ش - م ر = ك_٢ جـ$$

$$ش - م ك_٢ د = ك_٢ جـ \leftarrow ①$$

$$ك_١ د - ش = ك_١ جـ \leftarrow ②$$

$$جـ = \frac{ك_١ - م ك_٢}{ك_١ + ك_٢} \times د$$

$$ض = \sqrt{٢}\ ش$$

تذكير بقوانين الحركة

$ع = ع_٠ + جـ ن$ عندما لا توجد مسافة

$ف = ع_٠ ن + \frac{١}{٢} جـ ن^٢$ عندما لا توجد سرعة نهائية

$ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ جـ ف$ عندما لا يوجد زمن

$$جـ = \frac{ع - ع_٠}{ن}$$

$$جـ = \frac{ع^٢ - ع_٠^٢}{٢ ف}$$

في حالة السقوط الحر أو قذف لأعلى

أقصى ارتفاع $= \frac{ع_٠^٢}{٢ د} \leftarrow$ السرعة التي قذف بها

المسائل

① في الشكل المقابل أوجد

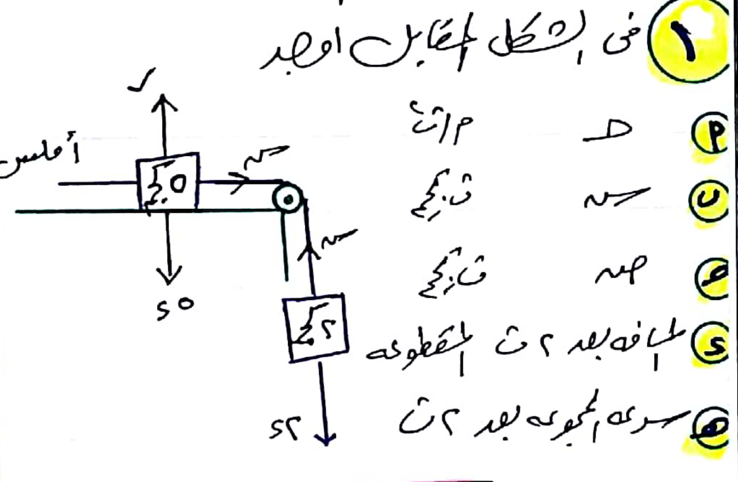
(أ) جـ م/ث²

(ب) ش ث.كجم

(جـ) ض ث.كجم

(د) المسافة بعد ٢ ث المقطوعة

(هـ) سرعة المجموعة بعد ٢ ث



الحل

(أ) $ش = ٥ جـ \leftarrow ①$

$$٢ د - ش = ٢ جـ \leftarrow ②$$

$$جـ = \frac{٢}{٥ + ٢} \times ٩,٨ = ٢,٨\ م/ث^٢$$

(ب) $ش = ٥ \times ٢,٨ = ١٤$ نيوتن $\div ٩,٨$

$$= \frac{١٠}{٧}\ ث.كجم$$

(جـ) $ض = \sqrt{٢}\ ش = \frac{١٠}{٧} \times \sqrt{٢} = \frac{١٠\sqrt{٢}}{٧}\ ث.كجم$

(د) $ع_٠ = ٠$ ، $ع = ؟$ ، $ن = ٢ث$

$جـ = ٢,٨\ م/ث^٢$ ، $ف = ؟$

$$ف = ع_٠ ن + \frac{١}{٢} جـ ن^٢ = \frac{١}{٢} \times ٢,٨ \times ٤ = ٥,٦\ م$$

هـ) $ع = ع_٠ + جـ ن$

$ع = ٠ + ٩٫٨ × ٢ = ١٩٫٦$ م/ث

---

٤) وضع جسم كتلته ٦٣ جم على نضد أفقي خشن وربط بخيط أفقي يمر على بكرة ملساء مثبتة عند حافة النضد وربط من الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٣٥ جم على ارتفاع ٢٨٠ سم من سطح الأرض فإذا كان معامل الاحتكاك الحركي بين الجسم والمستوى الخشن $\frac{١}{٣}$. أوجد السرعة التي تصل بها الكتلة ٣٥ جم إلى سطح الأرض والمسافة التي تتحركها الكتلة ٦٣ جم حتى تسكن

الحل

$ر = ٦٣ × ٩٨٠$

$ش - م_ك ر = ك_١ جـ$

$ك_٢ د - ش = ك_٢ جـ$

$جـ = \frac{٣٥ - ٦٣ × \frac{١}{٣}}{٦٣ + ٣٥} × ٩٨٠$

$= ١٤٠$ سم/ث^٢

$ع_٠ = ٠$ ، $جـ = ١٤٠$ سم/ث^٢ ، $ف = ٢٨٠$ سم

$ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ جـ ف = ٠ + ٢ × ١٤٠ × ٢٨٠$

$ع = ٢٨٠$ سم/ث

وهي سرعة وصول الكتلة ٣٥ جم لسطح الأرض

وهي سرعة تبدأ بها الكتلة ٦٣ جم الجزء الجديد فتتحرك به

$ع_٠ = ٢٨٠$ سم/ث ، $ع = ٠$

$جـ = - م_ك د = - \frac{١}{٣} × ٦٣ × ٩٨٠$

$جـ = - \frac{٩٨٠}{٣}$ سم/ث^٢

$ف = \frac{ع^٢ - ع_٠^٢}{٢ جـ} = \frac{٠ - (٢٨٠)^٢}{٢ × (- \frac{٩٨٠}{٣})}$

$\therefore ف = ١٢٠$ سم

---

٥) وضع جسم كتلته ٣٥ جرام على نضد أفقي أملس وربط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة في حافة النضد ويحمل في طرفه الآخر جسماً كتلته ١٤ جرام رأسياً.

أ) أوجد العجلة المشتركة - الشد في الخيط والضغط على محور البكرة ث.جم.

ب) إذا قطع الخيط بعد ١٫٥ ثانية من بدء الحركة أوجد المسافة التي قطعها كل من الجسمين بعد $\frac{١}{٢}$ ثانية من لحظة قطع الخيط

الحل

$ك_١ د - ش = ك_١ جـ$ ← (١)

$ش = ك_٢ جـ$ ← (٢)

$جـ = \frac{ك_١}{ك_١ + ك_٢} × د$

$= \frac{١٤}{١٤ + ٣٥} × ٩٨٠$ $\therefore جـ = ٢٨٠$ سم/ث^٢

في (٢) $ش = \frac{٣٥ × ٢٨٠}{٩٨٠} = ١٠$ ث.جم

ض = ٧ ك جـ ن = ١٠ ك ٢١٠ ث.جم

ثانياً حساب السرعه بعد ١,٥ ث

ع. = ٠   ن = ١,٥   جـ = ٢٨٠ سم/ث²

ع = ع. + جـ ن

= ٢٨٠ × ١,٥ = ٤٢٠ سم/ث

* الكتله ١٤ جرام ستتحرك لاسفل بعد قطع الخيط بعجله ستظل ٩٨٠ سم/ث²

ف = ع. ن + ½ جـ ن²

= ٤٢٠ × ½ + ½ × ٩٨٠ × ¼ = ٣٣٢,٥ سم

اما بالنسبه للكتله ٣٥ جرام فستتحرك بسرعة منتظمه

ف = ع ن = ٤٢٠ × ½ = ٢١٠ سم

---

⑥ كتلتان ٥، ٤ كجم مربوطتان فى طرفى خيط وموضوعتان على مستوى أفقى أملس والكتله ٥ كجم متصله بخيط يمر على بكرة ملساء مثبته فى نهاية المستوى ومثبت فى الطرف الخالى للخيط كتله قدرها كجم واحد معلقة رأسياً. بدأت المجموعة فى الحركه من السكون. اوجد العجله المشتركه والشد فى كل من الخيطين والضغط على البكرة.

الحل

معادلات الحركه للكتل الثلاث

ش٢   ش٢   ش١   ٤   ٥   ش١   ١   ٩,٨

٩,٨ × ١ − ش١ = ١ × جـ

ش١ − ش٢ = ٥ × جـ

ش٢ = ٤ جـ

بالجمع

٠١ جـ = ٩,٨

∴ جـ = ٠,٩٨ م/ث²

من ①

ش١ = ٩,٨ − ٠,٩٨

ش١ = ٨,٨٢ نيوتن = ٠,٩ ث.كجم

، ش٢ = ٤ × جـ

ش٢ = ٤ × ٠,٩٨ = ٣,٩٢ نيوتن = ٠,٤ ث.كجم

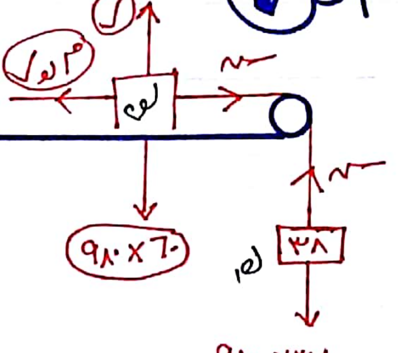
الضغط على محور البكرة = √٢ ش١ = ٠,٩ √٢ ث.كجم

---

⑦ جسم كتلته ٦٠ جم موضوع على مستوى أفقى خشن ، ومربوط بخيط يمر على بكرة ملساء عند حافة المستوى ومعلق بالطرف الخالى للخيط جسم كتلته ٣٨ جم ، فإذا تحركت المجموعة من السكون وقطعت مسافة ٧٠ سم فى ثانية واحدة ، فاحسب معامل الاحتكاك وإذا قطع الخيط عندئذٍ ،

أوجد المسافة التي تتحركها الكتلة الأولى بعد ذلك على المستوى

حيث تسكن **الحل**



ر = ٦٠ × ٩٨٠
= ٥٨٨٠٠ داين

∵ م = م ر
= ٥٨٨٠٠ م

ع. = ٠ ف = ٧٠ سم ن = ١

ف = ع. ن + ½ جـ ن²

٧٠ = ½ جـ × ١

∴ جـ = ١٤٠ سم/ث²

معادلات الحركة

ك₁ د - ش = ك₁ جـ

ش - م ر = ك₂ جـ

جـ = (ك₁ - م ك₂ / ك₁ + ك₂) × د

١٤٠ = (٣٨ - ٦٠ م / (٦٠ + ٣٨)) × ٩٨٠

٣٨ - ٦٠ م = ٩٨ × ١٤٠ / ٩٨٠ = ١٤

- ٦٠ م = ١٤ - ٣٨

م = ٢/٥

ع = ع. + جـ ن = ١٤٠ × ١ = ١٤٠ سم/ث

بعد قطع الخيط

معادلة حركة الجسم ٦٠ جم

- ٥٨٨٠٠ × ٢/٥ = ٦٠ د

∴ د = - ٣٩٢ سم/ث²

ع² = ع.² + ٢ د ف

ف = (ع² - ع.²) / ٢ د = (٠ - (١٤٠)²) / (٢ × (- ٣٩٢))

= ٢٥ سم

الدرس التاسع: المستوى المائل

* النوع الثالث

(الشكل: جسم $ك_٢$ على مستوى مائل وجسم $ك_١$ معلق رأسيًا بخيط يمر على بكرة — الشد ش ، ر ، $ك_٢$ء جاهـ ، $ك_٢$ء جتاهـ ، $ك_١$ء)

ملحوظة بسيطة: في البداية نعمل مقارنة بين $ك_١$ء ، $ك_٢$ء جاهـ اللي قيمته أكبر تكون الحركة في اتجاهه

أ- إذا كان المستوى أملس

$ك_١ء - ش = ك_١ ج$ ← (١)

$ش - ك_٢ء جاهـ = ك_٢ ج$ ← (٢)

$$ج = \frac{ك_١ - ك_٢ جاهـ}{ك_١ + ك_٢} \times ء$$

$$ض = ش \sqrt{٢(١ + جاهـ)}$$

المسافة الرأسية بينهما = ف (١ + جاهـ)

ب- إذا كان المستوى خشن

$ك_١ ء - ش = ك_١ ج$ ← (١)

$ش - ك_٢ء جاهـ - م ر = ك_٢ ج$

$ش - ك_٢ء جاهـ - م ك_٢ء جتاهـ = ك_٢ ج$ ← (٢)

$$ج = \frac{ك_١ - ك_٢ جاهـ - ك_٢ جتاهـ م}{ك_١ + ك_٢} \times ء$$

$$ض = ش \sqrt{٢(١ + جاهـ)}$$

---

١ في الشكل المقابل بدأت المجموعة الحركة من سكون عندما كانت الكتلتان في مستوى أفقي واحد فإنه عندما تقطع كل منهما مسافة ٢٠ سم يصبح البعد الرأسي بينهما ..... سم

(الشكل: ك على مستوى مائل بزاوية ٣٠°، ٢ك معلقة)

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (ج) ٣٠ (د) ٤٠

المسافة الرأسية = ف (١ + جاهـ)

= ٢٠ (١ + جا٣٠) = ٣٠ سم

---

٢ مستوى مائل أملس يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{٢}{٣}$ وضع عليه جسم كتلته ٢١٠ جم وربط بخيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء عند قمة المستوى ويحمل في طرفه كفة ميزان كتلتها ٧٠ جم وعليها جسم كتلته ٢١٠ جم ، إذا بدأ المجموعة حركتها من سكون ما فأوجد الشد في الخيط والضغط على الكفة بواحدة ث.جم وكذلك الضغط على محور البكرة

الحل

الكتلة الرأسية = ٢١٠ + ٧٠ = ٢٨٠ جم

(الشكل: ش ، ٢١٠ ء جاهـ ، هـ ، ٢٨٠ ء)

$٢٨٠ ء > ٢١٠ ء \times \frac{٢}{٣}$ ∴ الحركة في اتجاه الكتلة الرأسية

$ش - ٢١٠ ء جاهـ = ٢١٠ ج$ ← (١)

$٢٨٠ ء - ش = ٢٨٠ ج$ ← (٢)

$$ج = \frac{٢٨٠ - ٢١٠ \times \frac{٢}{٣}}{٢٨٠ + ٢١٠} \times ٩٨٠ = ٢٨٠ \text{ سم/ث}^٢$$

∴ ش − ك٢ ٢١٠ = ٢١٠ جـ

ش = ٢١٠ × ٢٨٠ + ٢١٠ × ٩٨٠ × $\frac{٤}{٣}$

ش = ١٩٦٠٠٠ داين = ٢٠٠ ث.جم

لإيجاد الضغط على الكفة [مصعد نازل]

م = ك (د − جـ)

= ٢١٠ (٩٨٠ − ٢٨٠) = $\frac{١٤٧٠٠٠}{٩٨٠}$

= ١٥٠ ث.جم

لإيجاد الضغط على محور البكرة

ض = ش $\sqrt{٢(١ + جتا هـ)}$

ض = ٢٠٠ $\sqrt{٢(١ + \frac{٤}{٣})}$ = ١٥و٣٦٥ ث.جم

---

٣ فى الشكل المقابل

جسمين أملسين بدأت من سكون

أوجد

عجلة الحركة والمسافة الرأسية بين الجسمين بعد ثانية واحدة من بدء الحركة

الحل

معادلتا الحركة هما

٤٠ د جا ٣٠ − ش = ٤٠ جـ ← ①

ش − ٣٠ د جا ٣٠ = ٣٠ جـ ← ②

١٠ د جا ٣٠ = ٧٠ جـ

∴ جـ = $\frac{١٠ × ٩٨٠ × جا ٣٠}{٧٠}$ = ٧٠ سم/ث٢

ع٠ = ٠   جـ = ٧٠ سم/ث٢   ن = ١

ف = ع٠ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن٢

ف = $\frac{١}{٢}$ × ٧٠ × ١ = ٣٥ سم

المسافة الرأسية بينهما

كل ضلع مقابل لزاوية ٣٠° = $\frac{١}{٢}$ × ٣٥ لكل جسم

∴ مجموع المسافتين = ٢ × $\frac{١}{٢}$ × ٣٥ = ٣٥ سم

---

٤ فى الشكل المقابل

قياس الزاوية بين فرعى الخيط = ١٢٠°

، ش مقدار الشد فى كل فرع

فإن مقدار الضغط على محور البكرة = - - -

(أ) $\frac{١}{٢}$ ش   (ب) ش   (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ش   (د) ٢ش

فاكر قانون محصلة قوتين متساويتين

ح = ض = ٢ق جتا $\frac{هـ}{٢}$ = ٢ش جتا $\frac{١٢٠}{٢}$ = ش

---

٥ فى الشكل المقابل

إذا تحركت المجموعة من سكون فإن مقدار الضغط على محور البكرة = - - -

(أ) ٢ ش   (ب) $\sqrt{٢}$ ش

(جـ) ش $\sqrt{٢(١ + جا هـ)}$ (د) $\sqrt{٣}$ ش



٦ في الشكل المقابل المستوى أملس والبكرة ملساء

عند تحريك هذه المجموعة

فإن عجلة الحركة = ---- م/ث²

الحل

$ج = \frac{ك - ك جا ٣٠}{ك + ك} \times ٩٫٨$

$ج = \frac{\frac{١}{٢} ك}{٢ ك} \times ٩٫٨ = ٢٫٤٥$ م/ث²

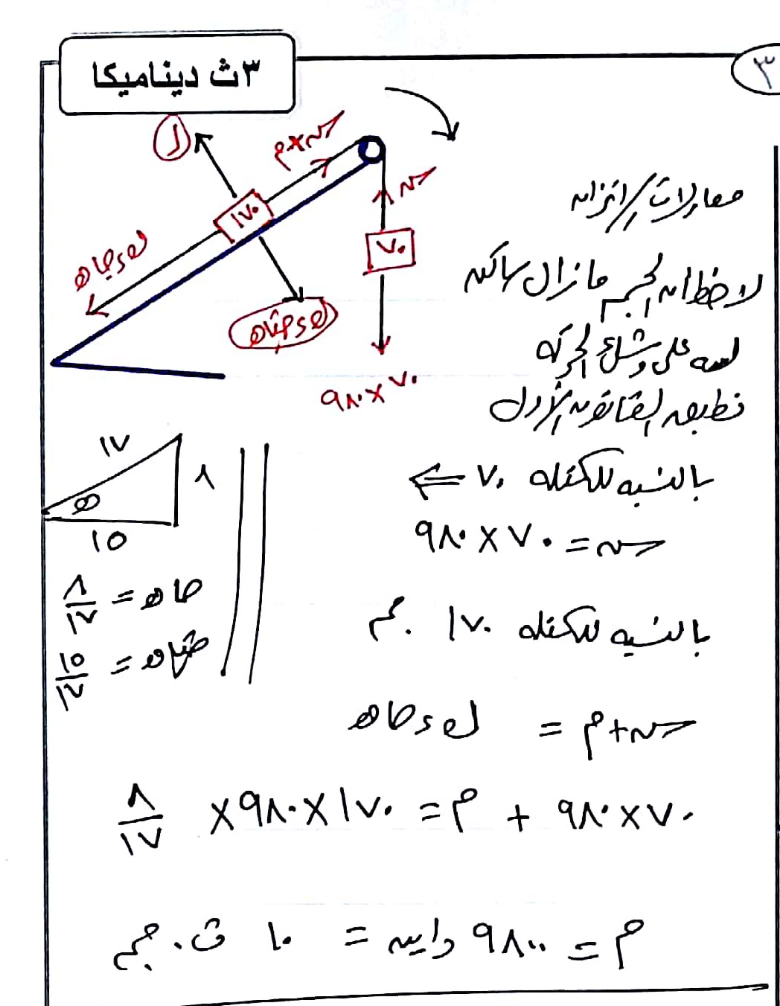
---

٧ جسم كتلته ١٧٠ جم موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{٧}{١٨}$ ثم ربط بخيط يمر على بكرة ملساء عند قمة المستوى وتدلى من الطرف الخالص للخيط ثقل ما، فإذا كان أقل ثقل يلزم تعليقه من هذا الطرف للخيط لحفظ توازن الجسم على المستوى هو ٧٠ ث.جم أوجد مقاومة المستوى بثقل الجرام وإذا علق من الطرف الخالص للخيط ثقل قدره ١٩٤ جرام أوجد عجلة المجموعة بفرض ثبوت المقاومة في الحالتين

الحل

∵ ٧٠ ث.جم هو أقل ثقل يحفظ توازن الجسم على المستوى

∴ الجسم على المستوى يكون على وشك الحركة لأسفل



معادلات الاتزان

لأن الجسم ما زال ساكن لكنه على وشك الحركة نطبق القاعدة نزول

$جا هـ = \frac{٨}{١٧}$ ، $جتا هـ = \frac{١٥}{١٧}$

بالنسبة للكتلة ٧٠ ⇐ ش = ٩٨٠ × ٧٠

بالنسبة للكتلة ١٧٠ جم

ش + م = ك ء جا هـ

$\frac{٨}{١٧} \times ١٧٠ \times ٩٨٠ = م + ٩٨٠ \times ٧٠$

م = ٩٨٠٠ داين = ١٠ ث.جم

عند تغيير الكتلة ٧٠ جم إلى ١٩٤ جرام

∵ $١٩٤ > \frac{٨}{١٧} \times ١٧٠$ (ك جا هـ)

∴ حركة الكتلة ١٩٤ جم لأسفل

كده بدأت الحركة

∴ معادلات الحركة هي

١٩٤ × ٩٨٠ − ش = ١٩٤ ج

بالجمع: ش − $\frac{٨}{١٧} \times ٩٨٠ \times ١٧٠$ − ٩٨٠٠ = ١٧٠ ج

١١١٧٢٠ − ٩٨٠٠ = ٣٦٤ ج

∴ ج = ٢٨٠ سم/ث²

الوحدة الثالثة
الدفع والتصادم

(١) $د = ق × ن$ نيوتن . ث / داين . ث

(٢) $د = \int_{ن_1}^{ن_2} ق \, ءن$ = المساحة تحت منحنى ق(ن)

(٣) القوة الدفعية $ق = \frac{د}{ن}$

عندما يتزايد قوة وزمن تأثير ربيقى الدفع

(٤) الدفع = التغير فى كمية الحركة

$ق × ن = ك (ع_2 - ع_1)$

(٥) إذا سقط جسم على سطح الأرض

$ر = ق + و$

وتكون ق أصغر من ر

(٦) إذا قذف جسم لأعلى

$ر = ق - و$ ، $ق = ر + و$

وتكون ق أكبر من ر

(٧) إذا اصطدم جسم بحائط رأسى

$ر = ق$

(٨) مجموع كميتى الحركة بعد التصادم = مجموع كميتى الحركة قبل التصادم

(٩) $ك_1 ع_1 + ك_2 ع_2 = ك_1 ع_1' + ك_2 ع_2'$

(١٠) عندما تتحرك الجسمان كجسم واحد بعد التصادم

$ك_1 ع_1 + ك_2 ع_2 = (ك_1 + ك_2) ع'$

(١١) دفع الكرة الأولى على الثانية = التغير فى كمية حركة الكرة الثانية

مسائل على الدفع والتصادم

(١) أثرت قوة على جسم كتلته ١٥٠ جم يتحرك بسرعة ٢٠ سم/ث فغيرت سرعته إلى ١٠ سم/ث فى عكس اتجاه حركته الأولى . أوجد مقدار دفع هذه القوة على الجسم .

الحل

الدفع = مقدار التغير فى كمية الحركة

$= ك (ع_2 - ع_1)$

$ك = ١٥٠$ جم ، $ع_2 = ١٠$ سم/ث

$ع_1 = - ٢٠$ سم/ث

أخذنا الإشارة $ع_2$ + و $ع_1$ - لاتجاه عكس الاتجاه

$د = ١٥٠ (١٠ - (-٢٠)) = ٤٥٠٠$ جم.سم/ث

(٢) أثرت $\overrightarrow{ق_1} = أ\,\overrightarrow{س} - \overrightarrow{ص}$

$\overrightarrow{ق_2} = ٣\,\overrightarrow{س} + ب\,\overrightarrow{ص}$

$\overrightarrow{ق_3} = أ\,\overrightarrow{س} + ٢\,\overrightarrow{ص}$ على جسم

لمدة $\frac{1}{2}$ ثانية. وكان متجه دفعها

$\overrightarrow{د} = ٢\,\overrightarrow{س} + ٤\,\overrightarrow{ص}$ فأوجد قيمتي

أ ، ب

الحل

$\overrightarrow{ق} = \overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_2} + \overrightarrow{ق_3}$

$\overrightarrow{ق} = (٢أ + ٣)\,\overrightarrow{س} + (١ + ب)\,\overrightarrow{ص}$

$\because \overrightarrow{د} = \overrightarrow{ق} \times ن$

$٢\,\overrightarrow{س} + ٤\,\overrightarrow{ص} = \frac{1}{2}(٢أ + ٣)\,\overrightarrow{س} + \frac{1}{2}(١ + ب)\,\overrightarrow{ص}$

$\therefore \frac{1}{2}(٢أ + ٣) = ٢$

$٢أ + ٣ = ٤ \quad \therefore ٢أ = ١$

$\therefore أ = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}(١ + ب) = ٤$

$١ + ب = ٨ \quad \therefore ب = ٧$

(٣) فى الشكل المقابل

أوجد

(أ) دفع القوة خلال أول ثانيتين

(ب) دفع القوة خلال الخمس ثوانى الأولى

ق نيوتن

٥

ن (ث)

٢ ٥

الحل

الدفع = المساحة تحت المنحنى

(أ) خلال أول ثانيتين = مساحة مثلث

$= \frac{1}{2} \times ٢ \times ٥ = ٥$ نيوتن.ث

(ب) خلال الخمس ثوانى = مساحة شبه المنحرف

$= \frac{\text{مجموع القاعدتين المتوازيتين}}{٢} \times \text{الارتفاع}$

$= \frac{٥ + ٣}{٢} \times ٥ = ٢٠$ نيوتن.ث

ملاحظة ← الدفع = $\int_{ن_1}^{ن_2} ق \, د(ن)$

تكامل

* فيما إذا قال خلال الثانية الرابعة يبقى الحدود $\int_{٣}^{٤} ق \, د(ن)$

* خلال الخامسة $\int_{٤}^{٥} ق \, د(ن)$ وهكذا

(٤) كرة من المطاط كتلتها ٥٠٠ جم تتحرك أفقياً فى خط مستقيم اصطدمت بحائط رأسى وارتدت بسرعة ١٠٠ سم/ث على نفس المستقيم فإذا كان متوسط القوة بينها وبين الحائط ١٠ ث.كجم وزمن التلامس $\frac{1}{2}$ ث. فأوجد سرعة الكرة قبل لحظة الاصطدام بالحائط مباشرة.

الحل

ق × ن = ك (ع٢ - ع١)

ع١ = ١٥٠ سم/ث = ١,٥ م/ث

ع٢ = - في عكس الاتجاه

+ = - × -

ق × ن = ك (ع٢ + ع١)

١٠ × ٩,٨ × $\frac{١}{٥٠}$ = ٠,٥ (ع٢ + ١,٥)

(ع٢ + ١,٥) = ٣,٩٢

ع٢ = ٣,٩٢ - ١,٥ = ٢,٤٢ م/ث

---

(٥) مدفع سريع الطلقات يطلق الرصاصات رأسياً لأعلى كتلة الواحدة ٥٠٠ جم فإذا كان متوسط قوة دفع الغازات بانطلاق المدفع على الرصاصة هو ٢٥٠ نيوتن وتؤثر على الرصاصة لمدة ٠,٢ ث حتى لحظة خروجها. احسب سرعة خروج الرصاصة من فوهة المدفع

الحل

د = ق × ن = ك (ع٢ - ع١)

٢٥٠ × ٠,٢ = ٠,٥ (ع٢ - ٠)

٥٠ = ٠,٥ ع٢

∴ ع٢ = ١٠٠ م/ث

---

(٦) كرة من الصلصال كتلتها ١ كجم سقطت من ارتفاع ٤٠ سم على ميزان ضغط وكان زمن الصدمة = $\frac{١}{٧}$ ث فأوجد قراءة الميزان علماً بأن الكرة لم ترتد.

الحل

ع. = ٠   د = ٩,٨ م/ث²   ف = ٤٠ سم

ع² = ع.² + ٢ د ف

= ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٠,٤

ع = ٢,٨ م/ث

∴ ق × ن = ك (ع - ع.)

ق × $\frac{١}{٧}$ = ١ (٢,٨ - ٠)

∴ مقدار القوة الدفعية = ١٩,٦ نيوتن

= ٢ ث.كجم

تذكر ر = ق + و

∴ قراءة الميزان = ٢ + ١ = ٣ ث.كجم

---

(٧) كرة ملساء كتلتها ٣ كجم تتحرك أفقياً بسرعة ١٣ م/ث صدمت كرة أخرى ملساء كتلتها ٢ كجم تتحرك بسرعة ٣ م/ث في نفس اتجاه حركة الأولى فتحركتا معاً بعد التصادم أوجد السرعة المشتركة لهما.

الحل

ك١ = ٣ كجم، ع١ = ١٣ م/ث، ع = ؟

ك٢ = ٢ كجم، ع٢ = ٣ م/ث، ع = ؟

ك١ع١ + ك٢ع٢ = (ك١ + ك٢) ع

٣ × ١٣ + ٢ × ٣ = (٣ + ٢) ع

٤٥ = ٥ ع

∴ ع = $\frac{٤٥}{٥}$ = ٩ م/ث

في نفس اتجاه حركتها قبل التصادم.

(٨) كرتان ملساوتان كتلتاهما ٤٠ جم ، ١٢٠ جم تتحركان على سطح أفقي أملس في اتجاهين متضادين الأولى بسرعة ٩ م/ث والثانية ٦ م/ث فإذا تصادمتا وارتدت الثانية بعد التصادم بسرعة ٣ م/ث أوجد

(أ) سرعة الكرة الأولى بعد التصادم

(ب) القيمة المتوسطة لمقدار القوة التي أثرت بها الكرة الثانية على الأولى إذا علم أن زمن الصدمة ١/١٨ ث.

الحل

(+) ←

ك١ = ٤٠ جم ، ع١ = ٩ م/ث ، ع١َ = ؟

ك٢ = ١٢٠ جم ، ع٢ = − ٦ م/ث ، ع٢َ = ٣ م/ث

ك١ع١ + ك٢ع٢ = ك١ع١َ + ك٢ع٢َ

٤٠ × ٩ − ١٢٠ × ٦ = ٤٠ ع١َ + ١٢٠ × ٣

− ٧٢٠ = ٤٠ ع١َ

∴ ع١َ = − ١٨ م/ث

أي ١٨ م/ث في عكس الاتجاه [ارتدت]

∵ ق × ن = ك (ع١َ − ع١)

ق × ١/١٨ = ٤٠/١٠٠٠ (− ١٨ − ٩)

∴ ق = − ١٩,٤٤ نيوتن

أي أن مقدار القوة الدافعة = ١٩,٤٤ نيوتن

(٩) أسقطت مطرقة رأسياً كتلتها طن واحد من ارتفاع ٤,٩ م على عمود من أعمدة الأساس كتلته ٤٠٠ كجم فحركته رأسياً في الأرض مسافة ١٠ سم عين السرعة المشتركة للمطرقة والعمود بعد الاصطدام مباشرة وكذلك مقاومة الأرض بـ ث.كجم

الحل

* تعيين سرعة المطرقة قبل التصادم مباشرة

ع. = ٠ ، د = ٩,٨ م/ث² ، ف = ٤,٩ م

ع² = ع.² + ٢ د ف

= ٢ × ٩,٨ × ٤,٩

∴ ع = ٩,٨ م/ث

المطرقة: ك١ = ١٠٠٠ كجم ، ع١ = ٩,٨ م/ث ، ع١َ =

العمود: ك٢ = ٤٠٠ كجم ، ع٢ = ٠ ، عَ =

ك١ع١ + ك٢ع٢ = (ك١ + ك٢) عَ

١٠٠٠ × ٩,٨ + ٠ = ١٤٠٠ عَ

∴ عَ = ٧ م/ث

الجزء الثاني وهو الحركة داخل الأرض

ع. = ٧ م/ث ، ع = ٠ ، ف = ٠,١ م

د = (ع² − ع.²) / (٢ ف) = (٠ − ٤٩) / (٢ × ٠,١) = − ٢٤٥ م/ث²

ك ء − م = ك جـ

١٤٠٠ × ٩,٨ − م = ١٤٠٠ × (− ٢٤٠)

− م = − ٣٥٦٧٢٠

∴ م = ٣٦٤٠٠ ث.كجم

---

(١٠) $\overleftrightarrow{أجـ}$ خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية ٣٠° حيث أ هي النقطة العليا ، أجـ = ١٤,٤ م ، ب منتصف $\overline{أجـ}$ وضعت كرة ملساء كتلتها ٣ جم عند أ فتحركت في اتجاه $\overrightarrow{أجـ}$ واصطدمت عند ب بكرة أخرى ملساء ساكنة لحظياً كتلتها ١ جم فإذا كونت الكرتان بعد التصادم جسماً واحداً . أوجد سرعة هذا الجسم عند جـ

الحل

(أ ، ٣جم ، ١جم ، ب ، ٧,٢ م ، ٧,٢ م ، ٣٠° ، جـ)

معادلة حركة الكتلة ٣جم هي

ك د جا هـ = ك جـ

∴ جـ = د جا هـ = ٤,٩ م/ث²

ع٠ = ٠ ، جـ = ٤,٩ م/ث² ، ف = ٧,٢ م/ث

ع² = ع٠² + ٢ جـ ف

= ٠ + ٢ × ٤,٩ × ٧,٢

∴ ع = ٨,٤ م/ث وهي سرعة الكرة قبل التصادم مباشرة

ك١ = ٣جم ، ك٢ = ١ جم

ع١ = ٨,٤ م/ث ، ع٢ = ٠ ساكنة لحظياً

ع١َ = ، ع٢َ =

ك١ع١ + ك٢ع٢ = (ك١ + ك٢) عَ

٣ × ٨,٤ + ٠ = ٤ عَ

∴ عَ = ٦,٣ م/ث

لتعيين السرعة لحظة وصولها عند جـ

ع٠ = ٦,٣ م/ث ، جـ = ٤,٩ م/ث² لأن جـ = د جا هـ مستوى أملس

ف = ٧,٢ م ، سقوط تحت تأثير وزنه فقط

∴ ع² = ع٠² + ٢ جـ ف

ع² = (٦,٣)² + ٢ × ٤,٩ × ٧,٢

∴ ع = ١٠,٥ م/ث .

---

(١١) هبطت عربة سكة حديد كتلتها ٢٠ طن من السكون على منحدر يصنع مع الأفقي زاوية جيبها $\frac{1}{70}$ ضد مقاومات مقدارها ١٤ ث.كجم لكل طن من الكتلة فوصلت إلى أسفل المنحدر بعد أن قطعت مسافة ٣٥٠ م عليه وعند أسفل المنحدر اصطدمت بعربة أخرى ساكنة ومساوية لها في الكتلة فسارت العربتان معاً كجسم واحد

على طريق أفقي فإذا سكنت العربتان بعد دقيقة واحدة من لحظة تصادمهما أوجد المسافة الأفقية التي تحركتها العربتان معاً

الحل

ر ، م ، ك د جا هـ ، ك د جتا هـ ، هـ

معادلة حركة العربة على المنحدر

ك د جا هـ − م = ك ج

$$\therefore 20000 \times 9.8 \times \frac{1}{70} - 14 \times 20 \times 9.8 = 20000\ ج$$

$$\therefore ج = \frac{7}{2500}\ م/ث^2$$

لحساب سرعة وصول العربة لقاع المنحدر ع

$ع_0 = 0$ ، $ف = 350$ م ، $ج = \frac{7}{2500}$

$$ع^2 = ع_0^2 + 2\,ج\,ف$$

$$ع^2 = 2 \times \frac{7}{2500} \times 350 = \frac{49}{25}$$

$$\therefore ع = 1.4\ م/ث$$

من التصادم [غير مرن]

$$ك_1 ع_1 + ك_2 ع_2 = (ك_1 + ك_2)\,\bar{ع}$$

$$20000 \times 1.4 = 40000\,\bar{ع}$$

$$\therefore \bar{ع} = 0.7\ م/ث$$

بعد التصادم

$ع_0 = 0.7$ م/ث ، $ع = 0$ ، $ن = 60$ ث

$$ج = \frac{ع - ع_0}{ن} = \frac{0 - 0.7}{60} = \frac{-0.7}{60}\ م/ث^2$$

$$ف = \frac{ع^2 - ع_0^2}{2\,ج} = \frac{0 - (0.7)^2}{2 \times \frac{-0.7}{60}}$$

$$\therefore ف = 21\ م$$

الوحدة الرابعة
الشغل - الطاقة - القدرة

أولاً الشغل

① ش = ق ⊙ ف = ق . ف جتا هـ

② إذا تحرك الجسم على مستوى أفقي خشن مسافة ف فإن الشغل المبذول من



③ من القوة = ق جتا هـ ف

④ من المقاومة = − م × ف

⑤ من الوزن = صفر لأنه عمودي على اتجاه الحركة

⑥ من القوة المحصلة

ش ح = (ق جتا هـ − م) ف

⑦ إذا سقط جسم لأسفل فإن الشغل المبذول من وزنه = و ف

⑧ إذا قذف لأعلى فإن الشغل المبذول من وزنه = − و ف

⑨ الشغل المبذول من مركبة الوزن ± و جا هـ ل

= ± و (ل جا هـ) = ± و × الارتفاع الرأسي

لاحظ أن ل جا هـ = الارتفاع الرأسي
طول المستوى × جا هـ

الشغل المبذول من قوة متغيرة

ش = $\int_{a}^{b}$ ق د ف = المساحة تحت المنحنى ق (ف)

وحدات الشغل

جول = نيوتن . م = وات . ث

الإرج = داين . سم

١ جول = 10^7 إرج

١ جول للتحويل إلى كيلووات . س نقسم على (36×10^5)

للتحويل من كيلووات . س إلى جول × 36×10^5

مسائل على الشغل

① أثرت القوى $\overline{ق_1}$ = ٤ $\overline{س}$ + ٣ $\overline{ص}$

$\overline{ق_2}$ = ٢ $\overline{س}$ − ٤ $\overline{ص}$

$\overline{ق_3}$ = ٣ $\overline{س}$ − $\overline{ص}$

على جسم فحركته من أ (٢، ٣) إلى ب (٤، ٤) احسب الشغل المبذول من محصلة هذه القوى خلال $\overline{أب}$

الحل

$\overline{ق}$ = $\overline{ق_1}$ + $\overline{ق_2}$ + $\overline{ق_3}$ = ٩ $\overline{س}$ − ٢ $\overline{ص}$

$\overline{أب}$ = $\overline{ب}$ − $\overline{أ}$ = (٢، ١)

ش = $\overline{ق}$. $\overline{أب}$ = (٩، −٢) . (٢، ١)

= ١٨ − ٢ = ١٦ وحدة شغل

(٢) عربة ترام ساكنة شدت بحبل يصنع مع شريط الترام زاوية ٦٠° فإذا كانت قوة الشد ٥٠٠ ث.كجم وتحركت بعجلة ٥ سم/ث² لمدة ٣٠ ث احسب الشغل الذى تبذله قوة الشد

الحل

(شكل: ٥٠٠ ث.كجم ، ٦٠° ، ن = ٣٠ ث ، ج = ٥ سم/ث²)

ع. = ٠ ، ج = ٠٫٠٥ م/ث² ، ن = ٣٠ ث

لإيجاد المسافة المقطوعة

ف = ع. ن + ½ ج ن²

= ٠ + ½ × ٠٫٠٥ × (٣٠)² = ٢٢٫٥ م

شغ = (ق جتا ٦٠) ف

= ٥٠٠ × ٩٫٨ × ½ × ٢٢٫٥

= ٥٥١٢٥ جول

---

(٣) احسب بالجول مقدار الشغل اللازم بذله لرفع ٥ م³ من الماء لارتفاع ١٠ م

الحل

كتلة ٥ م³ من الماء = ٥ × ١٠٠٠ = ٥٠٠٠ كجم

شغ = ك ء ل

= ٥٠٠٠ × ٩٫٨ × ١٠ = ٤٩٠٠٠٠ جول

---

(٤) عامل بناء كتلته ٧٠ كجم يحمل على كتفه كمية من الطوب صاعداً أعلى سلم ارتفاع قمته ١٢ متراً عن الأرض فإذا بذل شغلاً ١١٧٦٠ جول حتى وصل إلى قمة السلم أوجد كتلة الطوب

الحل

نفرض أن كتلة الرجل + الطوب = ك

∴ شغ = ك ء ل

ك × ٩٫٨ × ١٢ = ١١٧٦٠

ك = ١٠٠ كجم

∴ كتلة الطوب = ١٠٠ − ٧٠ = ٣٠ كجم

---

(٥) وضع جسم كتلته ٥ كجم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ظلها ٧/٢٤ وأثرت عليه قوة فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى فحركته لأعلى المستوى بسرعة منتظمة مسافة ٧٥ سم. فإذا كان معامل الاحتكاك ٥/١٢ أوجد

(أ) مقدار الشغل المبذول ضد مقاومة المستوى.

(ب) مقدار الشغل المبذول من القوة.

الحل

(شكل: ر ، ق ، م ر + ك ء جاهـ ، ك ء جتاهـ ، هـ — مثلث أضلاعه ٢٥ ، ٧ ، ٢٤)

جاهـ = ٧/٢٥ ، جتاهـ = ٢٤/٢٥

∴ ر = ك ء جتاهـ = ٥ × ٩٫٨ × ٢٤/٢٥ = ٤٧٫٠٤ نيوتن

∴ الشغل المبذول ضد المقاومة

= م ر ف = ٥/١٢ × ٤٧٫٠٤ × ٠٫٧٥

= ١٤٫٧ جول

∵ ق = ك ء جاهـ + م ر [لأنه بسرعة منتظمة]

∴ ق = ٣٣٫٢٢ نيوتن

∴ الشغل المبذول من القوة = ٣٣٫٢٢ × ٠٫٧٥ = ٢٤٫٩٩ جول

(٦) اثرت قوة متغيرة ق (بالداين) على جسم حيث ق تتعين من العلاقة

ق = ٤ ف^٣ − ٢ ف + ١ ، ف ← سم

اوجد الشغل من ف = ٠ الى ف = ٤

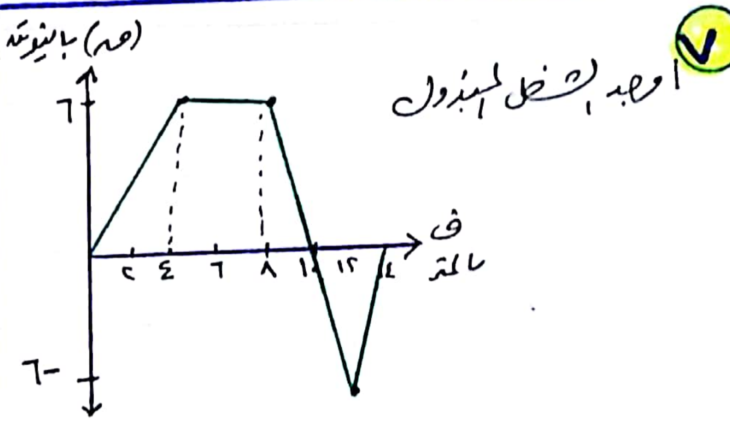
الحل

ش = $\int_{0}^{4}$ (٤ ف^٣ − ٢ ف + ١) ء ف

= [ف^٤ − ف^٢ + ف]$_{0}^{4}$

= ٢٥٦ − ١٦ + ٤ = ٢٤٤ إرج

(٧) اوجد الشغل المبذول



(أ) من ف = ٠ الى ف = ١٠

= مساحة شبه المنحرف = $\frac{١٠ + ٤}{٢}$ × ٦

= ٤٢ جول

(ب) من ف = ١٠ الى ف = ١٤

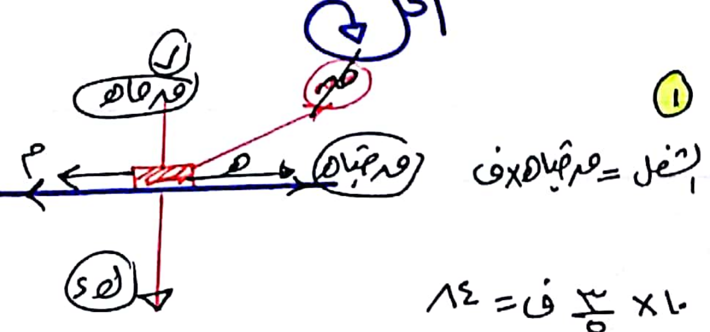
= $\frac{١}{٢}$ × ٤ × (−٦) = −١٢ جول

(٨) جسم كتلته ٢٤٠ جرام موضوع على مستوى خشن يشد بحبل يميل على الأفق بزاوية جا^{-١} $\frac{٤}{٥}$ فاذا كانت قوة الشد في الحبل ١٠ ث جرام قد بذلت شغلاً قدره ٨٤ ث جم . سم خلال ٢ ث من بدء الحركة . اوجد

(١) عجلة حركة الجسم

(٢) النسبة بين مقاومة المستوى ورد الفعل العمودي

الحل



(١) الشغل = ق جتا هـ × ف

١٠ × $\frac{٣}{٥}$ ف = ٨٤

∴ ف = $\frac{٨٤ × ٥}{١٠ × ٣}$

∴ ف = ١٤ سم

∴ ف = ~~ع. ن~~ + $\frac{١}{٢}$ جـ ن^٢

١٤ = $\frac{١}{٢}$ جـ × ٤

∴ جـ = ٧ سم/ث^٢

جا هـ = $\frac{٤}{٥}$ ، جتا هـ = $\frac{٣}{٥}$

(٢) ∵ ر + ق جا هـ = ك ء

ر = ك ء − ق جا هـ = ٢٤٠ × ٩٨٠ − ١٠ × ٩٨٠ × $\frac{٤}{٥}$

∴ ر = ٢٣٣٢٠ داين

ق جتا هـ − م = ك جـ

ق جتا هـ − ك جـ = م

∴ م = ٥٥٨٦ داين

∴ $\frac{م}{ر}$ = $\frac{٥٥٨٦}{٢٣٣٢٠}$ = ٥٧ : ٢٤٠

الطاقة

١) طاقة الحركة ط = ½ ك ع²

٢) طاقة الوضع ص = ك د ل

٣) ط − ط٠ = ش

٤) ص − ص٠ = − ش

٥) ط + ص = ط٠ + ص٠

٦) طاقة الحركة المفقودة = ط٠ − ط (قبل − بعد)

٧) التغير في طاقة الحركة = ط − ط٠ (بعد − قبل)

٨) إذا تحرك جسم من الرجل رأسياً لأسفل

ط − ط٠ = (ك د − م) ف

٩) إذا أطلقت رصاصة ط − ط٠ = − م ف

١٠) في حالة نزول جسم على سطح مستوى مائل لأسفل عند وجود مقاومة

طاقة الوضع عند القمة = الشغل المبذول ضد المقاومة + ط عند القاعدة

١١) في حالة قذف جسم على مستوى مائل ضد مقاومة

ط عند القاعدة = ش ضد المقاومة + ص عند القمة

مسائل على الطاقة

١) أطلقت قذيفة مدفع بسرعة ع = ١٠٥ س + ٣٦٠ ص ع ← م/ث وكانت طاقة الحركة = ١,١٢٥ × ١٠⁶ جول فأوجد كتلة القذيفة بالكجم

الحل

||ع|| = √((١٠٥)² + (٣٦٠)²) = ٣٧٥ م/ث

∵ ط = ½ ك ع²

½ × ك × (٣٧٥)² = ١,١٢٥ × ١٠⁶

∴ ك = ١٦ كجم

---

٢) تحرك جسم كتلته ٢٠٠ جم ليتحرك من سكونه من قمة مستوى أملس طوله ٢٥ م ويميل على الأفقي بزاوية جيبها ١/١٠ ، أوجد طاقة حركة هذا الجسم عندما يصل إلى قاعدة المستوى

الحل

جـ = د جا هـ لأنه مستوى أملس

ك = ٠,٢ كجم

ع٠ = ٠   ف = ٢٥ م   جـ = د جا هـ = ٩,٨ × ٠,١ = ٠,٩٨

ع² = ع٠² + ٢ جـ ف = ٠ + ٢ × ٠,٩٨ × ٢٥

ع² = ٤٩

ط = ½ ك ع² = ½ × ٠,٢ × ٤٩ = ٤,٩ جول

(٣) يتحرك جسم كتلته ٢ كجم تحت تأثير القوى

ق١ = س + ٢ ص

ق٢ = ٢ س + ص

ق٣ = ٣ س + ٥ ص

فإذا كان ف = أ ن² س - ب(ن² - ن) ص

حيث ف ← م

أوجد

(أ) الثابتين أ ، ب

(ب) الشغل المبذول فى زمن قدره ٢ ث

(ج) طاقة الحركة فى نهاية زمن قدره ٢ ث

الحل

ح = ٦ س + ٨ ص

∵ ف = أ ن² س - ب(ن² - ن) ص

∴ ع = دف/دن = ٢ أ ن س - ب(٢ ن - ١) ص

جـ = دع/دن = ٢ أ س - ٢ ب ص

∵ ح = ك جـ

∴ (٦ ، ٨) = ٢(٢ أ ، -٢ ب)

(٦ ، ٨) = (٤ أ ، -٤ ب)

∴ ٤ أ = ٦ ∴ أ = ٣/٢ = ١,٥

-٤ ب = ٨ ∴ ب = -٢

∴ ف = ١,٥ ن² س + ٢(ن² - ن) ص

∵ شغ = ح . ف

= (٦ ، ٨) . (١,٥ ن² ، ٢ ن² - ٢ ن)

= ٩ ن² + ١٦ ن² - ١٦ ن

= ٢٥ ن² - ١٦ ن

عند ن = ٢

∴ الشغل المبذول = ٢٥ × ٤ - ١٦ × ٢ = ٦٨ جول

∵ ع = ٢ أ ن س - ب(٢ ن - ١) ص

ع = ٦ س + ٦ ص ||ع|| = √((٦)² + (٦)²)

ع = ٦√٢

∴ ط = ½ ك ع²

= ½ × ٢ × (٦√٢)² = ٧٢ جول

(٤) وضع جسم كتلته ٣٠٠ جم عند قمة مستوى مائل ارتفاعه ١ م احسب السرعة التى يصل بها هذا الجسم إلى قاعدة المستوى علماً بأن الشغل المبذول ضد مقاومة المستوى للحركة = ١,٠٩ جول

الحل

ط على = شغ ضد المقاومة + ط أسفل

ط على = ١,٠٩ + ط أسفل

∴ ط = ٠,٣ × ٩,٨ × ١ - ١,٠٩ = ١,٣٥ جول

½ ك ع² = ١,٣٥

ع² = (٢ × ١,٣٥) / ٠,٣

∴ ع = ٣ م/ث

٥) فى الشكل المقابل تميل ثلاث كتل ك، ك، ٣ك تتحرك من أعلى لأسفل من السكون (بفرض اهمال مقاومة الهواء والاحتكاك)

أ) أى من الكتل الثلاث تصل الأرض بأكبر سرعة؟

ب) أى من الكتل الثلاث تبذل شغلاً أكبر للوصول إلى الأرض؟

[شكل: ثلاث كتل ٣ك، ك، ك على ارتفاع ل؛ الكتلتان ٣ك و ك تنزلقان على مستويين طول كل منهما ف وزاوية ميلهما هـ، والثالثة تسقط رأسياً؛ النقاط أ، ب، جـ]

لاحظ أن ف جاهـ = ل

ف جاهـ = ل

بتطبيق مبدأ الشغل والطاقة

$ط_1 + ش = ط_2 + ح_2$	$ط_1 + ش = ط_2 + ح_2$	$ط_1 + ش = ط_2 + ح_2$
٣ك ء ل = $\frac{1}{2}$ ٣ك $ع^2$	ك ء ل = $\frac{1}{2}$ ك $ع^2$	ك ء ل = $\frac{1}{2}$ ك $ع^2$
∴ $ع^2$ = ٢ء ل	$ع^2$ = ٢ء ل	$ع^2$ = ٢ء ل

∴ الكتل الثلاث تصل فى نفس السرعة إلى الأرض

لحساب الشغل المبذول ق × ف

٣ك ء جاهـ ف	ك ء جاهـ ف	ك ء ل
٣ك ء ل	ك ء ل	ك ء ل

أى أن الجسم الأول يبذل شغلاً أكبر للوصول إلى الأرض

٦) مستوى مائل خشن طوله ٢٠م وارتفاعه ٥ أمتار. أوجد أصغر سرعة يقذف بها جسم من أسفل نقطة فى المستوى المائل وفى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لكى يصل بالكاد إلى أعلى نقطة فى المستوى علماً بأن الجسم يلاقى مقاومات $\frac{1}{4}$ وزنه.

الحل

[شكل: مستوى مائل طوله ٢٠م وارتفاعه ٥م، زاوية ميله هـ، والقوى: ك ء جاهـ، $\frac{1}{4}$ ك ء]

م = $\frac{1}{4}$ و

م = $\frac{1}{4}$ ك ء

$ط_2 - ط_1 = ش$

$0 - \frac{1}{2} ك ع^2 = -(ك ء جاهـ + \frac{1}{4} ك ء) \times 20$

∴ $\frac{1}{2} ع^2 = (9.8 \times \frac{5}{20} + 9.8 \times \frac{1}{4}) \times 20$

$\frac{1}{2} ع^2 = 98$ $ع^2 = 98 \times 2$

$ع^2 = 196$

∴ ع = ١٤ م/ث

وهناك طرق أخرى للحل بس أطول

(٧) هدف رأسى مكون من طبقتين من معدنين مختلفين ، سمك الأول ٧ سم ، وسمك الثانى ١٤ سم فإذا أطلقت رصاصتان متماثلتان وبنفس الكتلة فى اتجاهين متضادين وعموديين على الهدف وبسرعة واحدة فاخترقت الرصاصة الأولى الطبقة الأولى وسكنت فى الثانية بعد أن غاصت ٥ سم واخترقت الرصاصة الثانية الطبقة الثانية واستقرت فى الطبقة الأولى بعد أن غاصت ١ سم فيها أوجد النسبة بين مقاومتى المعدنين

الحل

(شكل: ٧ سم ، ١٤ سم ، ٥ ، $م_١$ ، $م_٢$ ، ١)

نفرض أن كتلة كل منهما = ك

وسرعتها الابتدائية ع.

∵ ط - ط. = $-م_١$ ف $-م_٢$ ف

$\frac{١}{٢}$ ك (ع^٢ - ع.^{٢}) = $-م_١$ × ف$_١$ $-م_٢$ × ف$_٢$

بالنسبة للرصاصة الأولى والثانية على الترتيب

$\frac{١}{٢}$ ك (٠ - ع.^{٢}) = $-٧م_١ - ٥م_٢$ ← (١)

$\frac{١}{٢}$ ك (٠ - ع.^{٢}) = $-م_١ - ١٤م_٢$ ← (٢)

∵ الايمن = الايمن ∴ الايسر = الايسر

$-م_١ - ١٤م_٢ = -٧م_١ - ٥م_٢$

$-م_١ + ٧م_١ = -٥م_٢ + ١٤م_٢$

$٦م_١ = ٩م_٢$

∴ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{٩}{٦} = \frac{٣}{٢}$

(٨) جسم كتلته ٣٠٠ جم موضوع على ارتفاع ١٠ أمتار عن سطح الأرض ، أوجد طاقة وضع الجسم ، وإذا سقط الجسم رأسياً فأوجد مجموع طاقتى الحركة والوضع للجسم عند أى لحظة أثناء سقوطه . ثم أوجد طاقة حركته عندما يكون على ارتفاع ٣ م من سطح الأرض

الحل

(شكل: ط = ٠ ، ض = ٢٩,٤ جول ، ض = ٠ ، ط = ٢٩,٤ جول)

طاقة الوضع على ارتفاع ١٠ م

ض = ك ء ل

= ٠,٣ × ٩,٨ × ١٠ = ٢٩,٤ جول

ض + ط = مقدار ثابت

= ٢٩,٤ جول

عندما يكون الجسم على ارتفاع ٣ م

ض = ك ء ل = ٠,٣ × ٩,٨ × ٣ = ٨,٨٢

∴ ض + ط = ٢٩,٤

∴ ط = ٢٩,٤ - ٨,٨٢ = ٢٠,٥٨ جول

(٩) جسم كتلته ٣ كجم موضوع عند أعلى نقطة من مستوى مائل أملس طوله ٢٠ م ويصنع مع الأفقى ٣٠° احسب طاقة وضع الجسم

وإذا هبط الجسم فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى. احسب سرعة الجسم لحظة وصوله لأسفل نقطة فى المستوى.

الحل

ك = ٣ كجم

جـ = ك ء ل

= ٣ × ٩,٨ × ٢٠ جا ٣٠ = ٢٩٤ جول

∵ جـ + ط = جـ. + ط.

٠ + ط = ٢٩٤ + ٠

∴ ط = ٢٩٤ جول

$\frac{1}{2}$ ك ع² = ٢٩٤

ع² = $\frac{٢ × ٢٩٤}{٣}$

∴ ع = ١٤ م/ث

الفقد فى طاقة الوضع = ك ء ل

= ٠,١ × ٩,٨ × ٥ = ٤,٩ جول

لإيجاد سرعة الجسم عند سطح الأرض

∵ ع. = ٠ ء = ٩,٨ م/ث² ف = ٥ م

ع² = ع.² + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٥

∴ ع² = ٩٨

∵ التغير فى طاقة الوضع = الشغل المبذول ضد المقاومة + التغير فى طاقة الحركة

٠,١ × ٩,٨ × ٥ = م × ٠,٢ + ٠,١ (٠ − ٩٨)

∴ ٠,٢ م = ٥,٠٩٦

∴ م = ٢٥,٤٨ نيوتن

م = ٢,٦ ث. كجم

---

١٠ جسم كتلته ١٠٠ جم سقط من ارتفاع ٥ م على أرض رخوة فغاص فيها ٢٠ سم أوجد

(أ) مقدار ما فقده من طاقة وضع

(ب) متوسط مقاومة الأرض ث. كجم

الحل

---

١١ الشكل الموضح يمثل بندول بسيط وهو عبارة عن كرة معلقة فى نهاية خيط طوله ١٣٠ سم. يبدأ البندول حركته من سكون (أ) ويتحرك فى اتجاه ب بزاوية ٢هـ حيث ظا هـ = $\frac{٥}{١٢}$ احسب سرعة الكرة عند ب فى منتصف المسار

الحل

∵ ظا هـ = $\frac{٥}{١٢}$

∴ ن جـ = ١٢٠ سم

∴ ب جـ = ١٠ سم

∵ ض م + ط م = ض ب + ط ب

ض م − ض ب = ط ب − ط م $ط_م = ٠$

ك د ل = ط ب

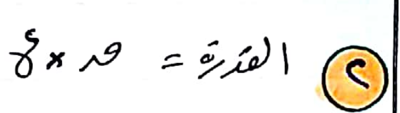
ك × ٩,٨ × ٠,١ = ½ ك ع²

∴ ع² = ١,٩٦

∴ ع = ١,٤ م/ث



١) القدرة = $\frac{دشغ}{دن}$ المعدل الزمني لبذل الشغل

٢) 
القدرة = ق × ع

٣) القدرة المتوسطة = $\frac{Δشغ}{Δن} = \frac{شغ}{ن_٢ - ن_١}$

٤) الشغل = $\int_{ن_١}^{ن_٢}$ (القدرة) دن

٥) عند حركة جسم بأقصى سرعة في خط مستقيم أفقي أو صاعد أو هابط منحدراً تكون القدرة متساوية في الحالات الثلاثة

٦) وحدات القدرة

جول/ث = نيوتن.م/ث = الوات

الكيلووات = ١٠٠٠ وات = ١٠٠٠ جول/ث

الحصان = ٧٥ ث.كجم.م/ث

= ٧٣٥ (نيوتن.م/ث) أو (جول/ث)

= ٧٣٥ وات



١) شخص كتلته ٥٠ كجم يصعد سلم برج ارتفاعه ٤٤١ م في زمن قدره ١٥ دقيقة احسب القدرة المتوسطة له بوحدة الوات

الحل

ك = ٥٠ كجم   ل = ٤٤١ م

ن = ١٥ × ٦٠ = ٩٠٠ ث

∴ القدرة المتوسطة = $\frac{شغ}{ن} = \frac{ك د ل}{ن}$

= $\frac{٥٠ × ٩,٨ × ٤٤١}{٩٠٠}$ = ٢٤٠,١ وات

٢) عامل وظيفته تحميل صناديق على شاحنة كتلة الصندوق الواحد = ٣٠ كجم وارتفاع الشاحنة ٠,٩ م احسب عدد الصناديق في زمن قدره دقيقة إذا كانت قدرته المتوسطة ٠,٦ حصان

الحل

نفرض أن الكتلة الكلية ك

∴ $\frac{ك د ل}{ن}$ = ٠,٦ × ٧٣٥

$\frac{ك × ٩,٨ × ٠,٩}{٦٠}$ = ٠,٦ × ٧٣٥

∴ ك = ٣٠٠٠

عدد الصناديق = $\frac{٣٠٠٠}{٣٠}$ = ١٠٠ صندوق

ولو مش مصدق عدهم انت

---

(٣) راكب دراجة كتلته هو والدراجة ٩٨ كجم يتحرك على أرض أفقية خشنة من السكون فبلغت سرعته أقصى قيمة لها وقدرها ٧,٥ م/ث بعد زمن قدره دقيقة واحدة. وعندما أوقف حركة قدميه على بدال الدراجة سكنت الدراجة بعد أن قطعت مسافة قدرها ١٥ م أحسب أقصى قدرة لهذا الرجل خلال هذه المرحلة بالحصان

الحل

في الجزء الأول ع = ٧,٥ م/ث
وهي السرعة الابتدائية عند توقف القوة

ع. = ٧,٥ م/ث   ع = ٠   ف = ١٥ م

د = $\frac{ع^2 - ع._2}{٢ف}$ = $\frac{٠ - (٧,٥)^2}{٢ × ١٥}$

د = $-\frac{١٥}{٨}$ م/ث²

وتكون معادلة الحركة −م = ك ج

−م = ٩٨ × $-\frac{١٥}{٨}$

∴ م = ١٨٣,٧٥ نيوتن

ونستخدم المقاومة م في الجزء الأول لنعين ق التي عندها أقصى قدرة وتكون

ع. = ٠   ع = ٧,٥ م/ث   ن = ٦٠ ث

∴ ج = $\frac{ع - ع.}{ن}$ = $\frac{٧,٥ - ٠}{٦٠}$ = $\frac{١}{٨}$ م/ث²

∵ ق − م = ك ج

∴ ق = ك ج + م

ق = ٩٨ × $\frac{١}{٨}$ + ١٨٣,٧٥

∴ ق = ١٩٦ نيوتن

أقصى قدرة = ق × ع

= ١٩٦ × ٧,٥ = ١٤٧٠ وات

للتحويل للحصان نقسم على ٧٣٥

∴ القدرة = $\frac{١٤٧٠}{٧٣٥}$ = ٢ حصان

---

(٤) يتحرك قطار كتلته ٧٥ طن وقدرة محركه ١٢٠ حصان على طريق مستقيم أفقي بأقصى سرعة له وقدرها ٧٢ كم/س أوجد مقاومة الطريق لحركة القطار. وكم تكون أقصى سرعة يصعد بها منحدراً يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ علماً بأن المقاومة ثابتة على الطريقين

الحل

∵ القدرة = ١٢٠ × ٧٥ ث كجم.م/ث

∵ ع = ٧٢ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٠ م/ث

القدرة = ق × ع

∴ ق × ٢٠ = ١٢٠ × ٧٥

∴ ق = ٤٥٠ ث كجم

∵ القطار يسير بسرعة منتظمة ∴ ق = م

∴ مقاومة الطريق الأفقي = ٤٥٠ ث.كجم

في حالة الصعود

(رسم: ق َ ، م + و جا هـ ، هـ)

تكون ن

ق َ = م + و جا هـ

ق َ = ٤٥٠ + ٧٥ × ١٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠}$ = ١٢٠٠ ث.كجم

∵ قدرة المحرك لا تتغير

∴ ق َ ع َ = ١٢٠ × ٧٥

ع َ = $\frac{٧٥ \times ١٢٠}{١٢٠٠}$ = ٧٫٥ م/ث

ع َ = ٧٫٥ × $\frac{١٨}{٥}$ = ٢٧ كم/س

---

٥ يتحرك جسم كتلته الوحدة. حيث

ق = (٢ن − ١) س + (٥ن + ٢) ص

وكانت ر = ($٣ن^{٢}$ + ن) س + ٤ن ص

حيث ق ← نيوتن ، ف ← م ، ن ← ث

أوجد

أ) الشغل المبذول خلال الثواني الثالثة والرابعة والخامسة

ب) القدرة المتوسطة خلال " " "

جـ) قدرة القوة عند ن = ٥ ثواني.

الحل

∵ ر = ($٣ن^{٢}$ + ن) س + ٤ن ص

∴ ع = (٦ن + ١) س + (٤) ص

القدرة = ق • ع

= (٢ن − ١) (٦ن + ١) + (٥ن + ٢) ٤

= $١٢ن^{٢}$ + ١٦ن + ٧

أ) الشغل المبذول فى الثوانى الثالثة والرابعة والخامسة

ن = ٢ ← ٣ ، ٣ ← ٤ ، ٤ ← ٥ [٢ ، ٥]

$\int_{٢}^{٥}$ ($١٢ن^{٢}$ + ١٦ن + ٧) ءن

= $[٤ن^{٣} + ٨ن^{٢} + ٧ن]_{٢}^{٥}$ = ٦٥٧ جول

ب) القدرة المتوسطة = $\frac{ش}{ءن}$ = $\frac{٦٥٧}{٣}$ = ٢١٩ وات

جـ) عند ن = ٥

القدرة = ١٢ $(٥)^{٢}$ + ١٦(٥) + ٧ = ٣٨٧ وات

---

٦ إذا كانت قدرة آلة (بالحصان)

= (٦ن − $\frac{١}{٢٠}$ $ن^{٢}$) حيث ن الزمن

بالثواني ، ن ∈ [٠ ، ١٢٠] أوجد

أ) قدرة الآلة عندما ن = ٩٠ ثانية

ب) الشغل المبذول خلال [٠ ، ٣٠]

جـ) أقصى قدرة للآلة.

الحل

القدرة = (٦ن − $\frac{١}{٢٠}$ $ن^{٢}$)

أ) قدرة الآلة عندما ن = ٩٠ ث تعويض مباشر

= ٦ × ٩٠ − $\frac{١}{٢٠}$ × $(٩٠)^{٢}$

= ١٣٥ حصان

ب) شغل = $\int_{٠}^{٣٠}$ ٧٥ (٦ن − $\frac{١}{٢٠}$ $ن^{٢}$) ءن

= ٧٥ $[٣ن^{٢} − \frac{١}{٦٠}ن^{٣}]_{٠}^{٣٠}$

لاحظ ضربنا ×٧٥ للتحويل من حصان إلى ث.كجم

$$ش = ٧٥ \left[٣ن^٢ - \frac{١}{٦٠} ن^٣ \right]^{٣٠}_{٠}$$

= ١٦٨٧٥٠ ث.كجم.م

(ج) أقصى قدرة [لاحظ كلمة أقصى] بتفكرك بحاجه ؟؟ (القيم العظمى)
هنجيب المشتقة نساويها بالصفر.

$\frac{ء}{ءن}$ (القدرة) = ٠

$٦ - \frac{١}{١٠} ن = ٠$

$\frac{١}{١٠} ن = ٦$ ∴ $ن = ٦٠$

عندها القدرة = $٦(٦٠) - \frac{١}{٢٠}(٦٠)^٢$

= ١٨٠ حصان

(٧) سيارة قدرة آلتها ثابتة وأقصى سرعة لها عند صعودها منحدراً هي ٥٤ كم/س وأقصى سرعة لها عند هبوطها نفس المنحدر هي ١٠٨ كم/س أوجد أقصى سرعة تتحرك بها على المستوى أفقي علماً بأن مقاومة الطريق لحركة السيارة ثابتة في الحالات الثلاث.

الحل

* عند الصعود

ق = م + وجاهـ

∴ القدرة = ق × ع

$= (م + وجاهـ) × ٥٤ × \frac{٥}{١٨}$

$= ١٥(م + وجاهـ)$ ← ①

* عند الهبوط

م = ق + وجاهـ

ق = م - وجاهـ

$ع = ١٠٨ × \frac{٥}{١٨} = ٣٠$

القدرة = ق × ع

$= (م - وجاهـ) × ٣٠$ ← ②

∵ السيارة تتحرك بأقصى سرعة

من ①، ② بالمساواة

∴ $١٥(م + وجاهـ) = ٣٠(م - وجاهـ)$

م + وجاهـ = ٢م - ٢وجاهـ

وجاهـ + ٢وجاهـ = ٢م - م

∴ م = ٣وجاهـ

عند التحرك على طريق أفقي

ق = م ∴ ق = ٣وجاهـ

القدرة = ٣وجاهـ × ع مع ①

٣وجاهـ × ع = ٣٠ × وجاهـ

ع = ٣٠ م/ث

انتهى المنهج

أ/ محمد أدهم
معلم رياضيات